TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 134-Janeiro-1943

CIMENTO

SECIL

Fabricado pelos mais modernos processos e preferido para todos os trabalhos de responsabilidade.
Sacos de papel ou de juta com 50 Kg.
Barricas de 180 Kg.

S E C I L

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO
RUA DO COMERCIO, 56, 3.º
LISBOA

União Eléctrica Portuguesa

S. A. R. L.

SEDE
Rua Duque de Loulé, 240 — Pôrto
Telef. 2828—2829—2830—Est. 90

DELEGAÇÃO
R. António Maria Cardoso, 13, 2.º-Lisboa
Telefones 27232 — 27233 — Est. 365

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

A **União Eléctrica Portuguesa** distribui e vende electricidade nos **distritos** de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU LEIRIA e de SETÚBAL, pela mais extensa rêde de alta-tensão em Portugal (mais de 1.200 kms), levando fôrça motriz às FÁBRICAS e luz a CIDADES, VILAS, ALDEIAS e LOGARES

A **U. E. P.** facilita a electrificação de Fábricas e oferece as maiores vantagens nas suas tarifas

Consultar a **U. E. P.** e consumir a sua energia é **proveitoso negócio**

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

A instalação mais moderna do País. Dois fornos rotativos em laboração. — O "CIMENTO TEJO" marca pelas suas altas resistências e regularidade, garantidas pela fiscalização contínua de tôdas as fases do fabrico, exercida por técnicos portugueses especializados.

Pedidos à Companhia "CIMENTO TEJO"

SEDE EM LISBOA
RUA DA VITÓRIA, 88, 2.º

FILIAL NO NORTE
AV. DOS ALIADOS, 20, 3.º
PORTO

NÚMERO
134
Janeiro — 1943

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N. / TEL. 49144 (linha 50)

DIRECTOR
LUIZ DE ALMEIDA ALVES
ADMINISTRADOR
JOSÉ DE LUCENA
BIBLIOTECÁRIO
FAUSTO GONÇALVES HENRIQUES
CORPO REDACTORIAL
Fernando Moitinho de Almeida
Henrique Dias Barracas
José Carlos Pinheiro da Silva
Manuel dos Santos Rézio

NÚMERO AVULSO 5$00
ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	12 N.os
Continente e Ilhas	13$50	26$00	50$00
Colónias Portuguesas e Espanha...	—	35$00	60$00
Estrangeiro...	—	40$00	70$00

EDITOR E PROPRIETARIO
ASS. DOS ALUNOS DO I. S. T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NAS
OFICINAS FERNANDES
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Aspecto geral dos trabalhos de construção do pôrto de Luanda em Outubro de 1942.

Págs.

As fundações da aerogare de Lisboa . . . . . Eng.º Civil Ricardo Esquível Teixeira Duarte 87

Circulação das águas nos estuários . . . . . Eng.º Civil Eduardo de Arantes e Oliveira 99

Solução gráfica para o cálculo de vigas T só armadas à tracção . . . . . Eng.º Civil Francisco Augusto Rosa 110

Como se calculam energias atómicas pela mecânica quântica Doutor M. Telles Antunes . . 114

Obras do pôrto de Luanda 137

Vida Escolar e Associativa 141

Do Mundo Técnico 145

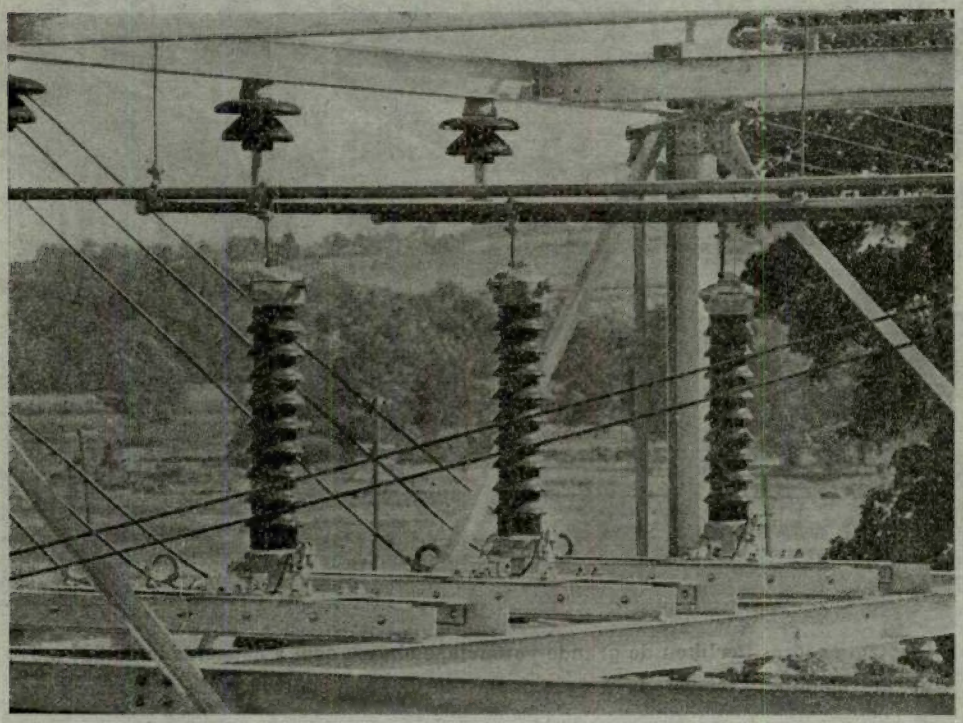
Notas Bibliográficas 148

Publicações recebidas 148

STABILO
STABILO
STABILO
STABILO
STABILO
SCHWAN
Bleistift-Fabrik A-G.
NÜRNBERG
Representante:
A. Ferreira da Silva, Porto.
Rua Alexandre Braga, 82. Tel. 6132
Lápis de desenho
em 18 graduações 7 B — 9 H
Lápis de côr
O utensílio precioso em 24 côres
Novidade: STABILO Cellomin D. R. P.
O lápis-tinta com a mina especial
resistente às influências climáticas

GENERAL ELECTRIC

Schenectady, N. Y.



Aparelhos de protecção «THYRITE» contra sobretensões

Motores e dínamos. Alternadores. Transformadores. Aparelhos para alta e baixa tensão. Centrais termo e hidroeléctricas. Instalações para melhorar o factor da potência. Tracção eléctrica. Máquinas, Transformadores e Electrodos para soldadura eléctrica. Fornos eléctricos. Automotoras eléctricas e Diesel-Eléctricas. Turbinas de vapor. Aparelhos de iluminação. Instrumentos de medida. Cabos e fios. Electrificação de Fábricas. Comandos eléctricos especiais para fábricas téxteis, fábricas de papel, etc. Máquinas frigoríficas.

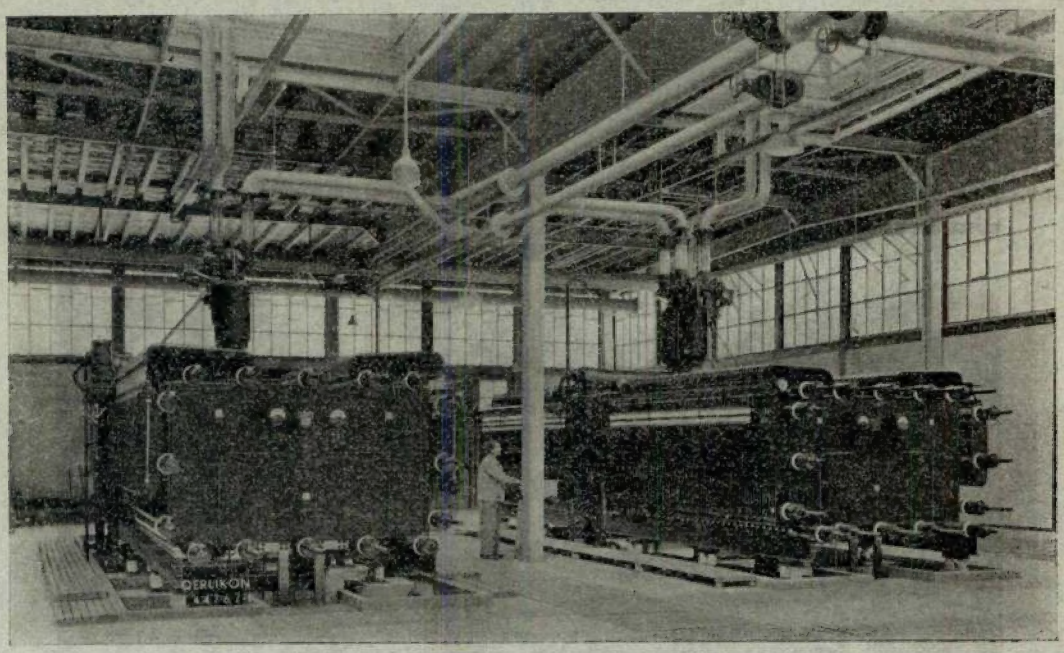
THOMSON
GENERAL ELECTRIC

Portuguesa, L.da

LISBOA
Rua do Norte, 5

Telef. 28135-28136

OERLIKON



Electrolisadores Oerlikon de grande potência, cada um com a capacidade de 300 m3 de hidrogénio e 150 m3 de oxigénio por hora, 1440 kW, 240 volts, 6000 ampères

PRODUTOS OERLIKON

Equipamentos eléctricos para centrais termo e hidro-eléctricas, subestações e instalações de distribuïção. Geradores e motores eléctricos de todos os tipos, transformadores, reguladores de indução, grupos convertidores, mutadores, turbinas a vapor e turbo geradores, gruas eléctricas, interruptores e aparelhos de manobra para alta e baixa tensão, aparelhos de protecção e relais de todos os tipos, equipamentos para soldadura eléctrica por arco, compressores e bombas de vácuo, electrolisadores, equipamentos eléctricos para locomotivas, automotoras eléctricas e diesel-eléctricas (via estreita e normal), tramwais, troley-buses, funiculares, teleféricos, etc.

Representante Geral para Portugal e Colónias

P. BELLASI

Pôrto // Rua Sá da Bandeira, 494, 3.° // Telefone 968

ATELIERS DE CONSTRUCTION OERLIKON
ZURICH-OERLIKON (SUIÇA)

O Departamento Cultural da A. E. I. S. T. realiza nos dias 8 e 9 de Fevereiro próximo, às 21h,30 dois concertos com as "Estações do ano" de Haydn, pela Orquestra Filarmónica de Lisboa e Sociedade Coral Duarte Lôbo, sob a direcção do Dr. Ivo Cruz.

Os bilhetes estão à venda na A. E. I. S. T.

TÉCNICA
LUIZ DE ALMEIDA ALVES
DIRECTOR

ANO XVIII - N.º 134 JANEIRO 1943

AS FUNDAÇÕES DA AEROGARE DE LISBOA

Estudos do solo — Estacas moldadas

PELO ENG. CIVIL (I. S. T.) RICARDO ESQUÍVEL TEIXEIRA DUARTE

Introdução

Tive a honra de ser convidado a dar o meu parecer sôbre a natureza do terreno em que ia ser edificada a chamada Aerogare de Lisboa e realizei para isso as indispensáveis sondagens geológicas. Depois, vim eu próprio a ser o construtor das fundações dêsse edifício.

Uma tão completa colaboração com os Servicos Técnicos da Câmara Municipal de Lisboa que levaram a cabo a obra, permite-me assumir o papel de cronista de alguns estudos e trabalhos feitos sob a orientação do respectivo Chefe Sr. Eng.º Francisco de Melo e Castro.

Vai quási passado o tempo em que os projectos de edifícios se faziam a partir da planta do primeiro piso para cima. Daqui para baixo era com o mestre de obras. Quando muito juntava-se a planta dos caboucos que o desenhador fazia a partir da planta do primeiro piso com mais 5 ou 10 cm para cada lado das paredes principais ou dos rectângulos dos pilares.

No projecto do edifício da Aerogare de Lisboa houve o bom critério de fazer seguir o estudo arquitectónico inicial de dois estudos simultâneos interdependentes, — o da estrutura superior e o das fundações —. Os cálculos de betão armado em elevação só foram feitos depois de determinadas as características do solo e escolhido o tipo mais conveniente de fundação.

No que diz respeito a êste último estudo, atendeu-se primeiramente ao «meio» em que seriam construídos os alicerces.

Nunca devemos esquecer que o papel principal das fundações cabe ao «meio» — aos terrenos que envolvem e firmam a parte que nêles se oculta — Na realidade o terreno de fundação faz parte do edifício. E, porque existia antes dêle, pode dizer-se que o terreno de fundação é a *parte já construída* de uma obra que se pretende erguer...

É por isso que eu recomendo que o arquitecto tenha sempre entre os dados do problema que lhe é pôsto — para mais perfeita concepção da disposição geral da obra e até das suas linhas artísticas — a constituïção geológica do subsolo no local escolhido.

Bem sei qual a objecção que pode ser levantada contra a extensão desta idéia, em face do caso particular do centro duma cidade em que a engenharia pode ser chamada a erguer uma catedral de mármore ou de granito à superfície de espesso manto de lôdos. Mas aqui tudo é artificial, o solo foi coberto por outro solo de factura caprichosa, e o próprio subsolo é criado pelo engenheiro à custa de maciços de estacaria e de um exército de pilares. O orgulho do

homem procura aqui dominar a natureza; a constituïção do solo é êle que a compõe (com pouca variedade por sinal).

Pregunto: — Deverá esquecer-se neste caso, ao desenhar uma obra de arte, a necessidade de construir sôbre estacas ou pilares? Não se deve fazer caso da constituïção das encostas sobranceiras que afinal representam a base estável em que tudo se apoia? Não é êste o lugar, nem a oportunidade de desenvolver a tese enunciada, nem me compete a mim fazê-lo.

Desculpe-se-me a divagação; quis apenas dizer que me parece não ser só por encorporarem os alicerces que interessa conhecer bem os terrenos em que se funda um edifício.

No caso da Aerogare, o problema era simples porque a natureza geológica do subsolo se reflecte por tôda a parte na superfície de largas ondulações que desce até ao Tejo, païsagem que o aeroporto apenas adoçou planificando os seus lombos dominantes.

Como já disse, à primeira concepção arquitectónica seguiram-se os estudos combinados da super-estrutura e das fundações. Por meio de sondagens geológicas e estudos subseqüentes determinaram-se as condições do solo e as do subsolo até profundidade suficiente. Em face das conclusões dêsses estudos, foi feita, pelos Serviços Técnicos da Câmara, a escolha do tipo de fundação em estacas de betão moldadas no seu próprio lugar, a respeito das quais farei adiante algumas considerações destinadas a recordar a técnica dêsse trabalho e a focar a razão de tal escolha.

Direi ainda alguma coisa sôbre a execução das estacas e respectivos ensaios.

Estudo do solo

Geològicamente o local fica situado na extensa mancha miocénica do afloramento de Lisboa, na vertente setentrional do anticlinal de Telheiras. As suas formações cujos estratos se inclinam ligeiramente para nordeste constituem a parte superior do 5° nível classificado por Cotter, M_v^c, que pertence ao helveciano inferior.

Apesar da sucessão das camadas poder ser observada nalgumas trincheiras da estrada Lisboa-Sacavém, foi julgado indispensável determinar com precisão a natureza e a espessura local das camadas que interessavam directamente ao projecto das fundações do edifício da Aerogare.

Foram feitas 4 sondagens, abrangendo a área do edifício e mais uma a meio para confirmação das anteriores.

Tôdas essas sondagens foram levadas até penetrarem cêrca de 1 metro na camada calcárea (cascões fossilíferos cinzentos) existente pelos 10 metros de profundidade; uma delas, a n.º 4 (cujo gráfico se reproduz adiante) penetra mais profundamente nessa camada, para se comprovar que a sua espessura é superior a $2^m,00$, tal como se deduzira do simples reconhecimento geológico dos arredores. Nada mais se pediu às sondagens geológicas, por se saber que esta última camada calcárea compacta e dura, de espessura superior a $2^m,00$ (talvez 3 ou 4 metros) repousa sôbre os grês e areias estáveis da camada M_v^b conhecida pela camada do Vale de Chelas.

O exame das amostras das sondagens e dos gráficos de progressão da furação, juntamente com o dos cortes geológicos feitos prèviamente e posteriormente nos arredores, permite definir as seguintes camadas de cima para baixo e fixar as suas características principais:

Formações remexidas — De côr amarelo-acastanhada, constituídas por aterros argilosos, terra vegetal, etc., têm uma espessura variável entre 1,50 e 2,50.

Bancada de argilas amarelas com cascões — Tem uma possança entre $3^m,00$ e $4^m,00$ e é constituída por argilas amarelas mais ou menos arenosas, muito fossilíferas com uma compacidade média, contendo no seu seio numerosas lentilhas de grês calcáreo com espessuras variando entre 10 e 60 cm das quais algumas se estendem em grandes áreas à maneira de delgadas camadas de pedra. A argila torna-se mais fossilífera em diversos pontos derivando assim para grês calcáreo. Os cascões, por seu lado, degeneram por vezes em argilas fossilíferas. Por estas razões há sondagens que assinalam a bancada como uma sucessão de cascões, outras que a assinalam como argila compacta com pedras. Contudo a progressão de furação era pouco diferente o que indica que a diferença de constituï-

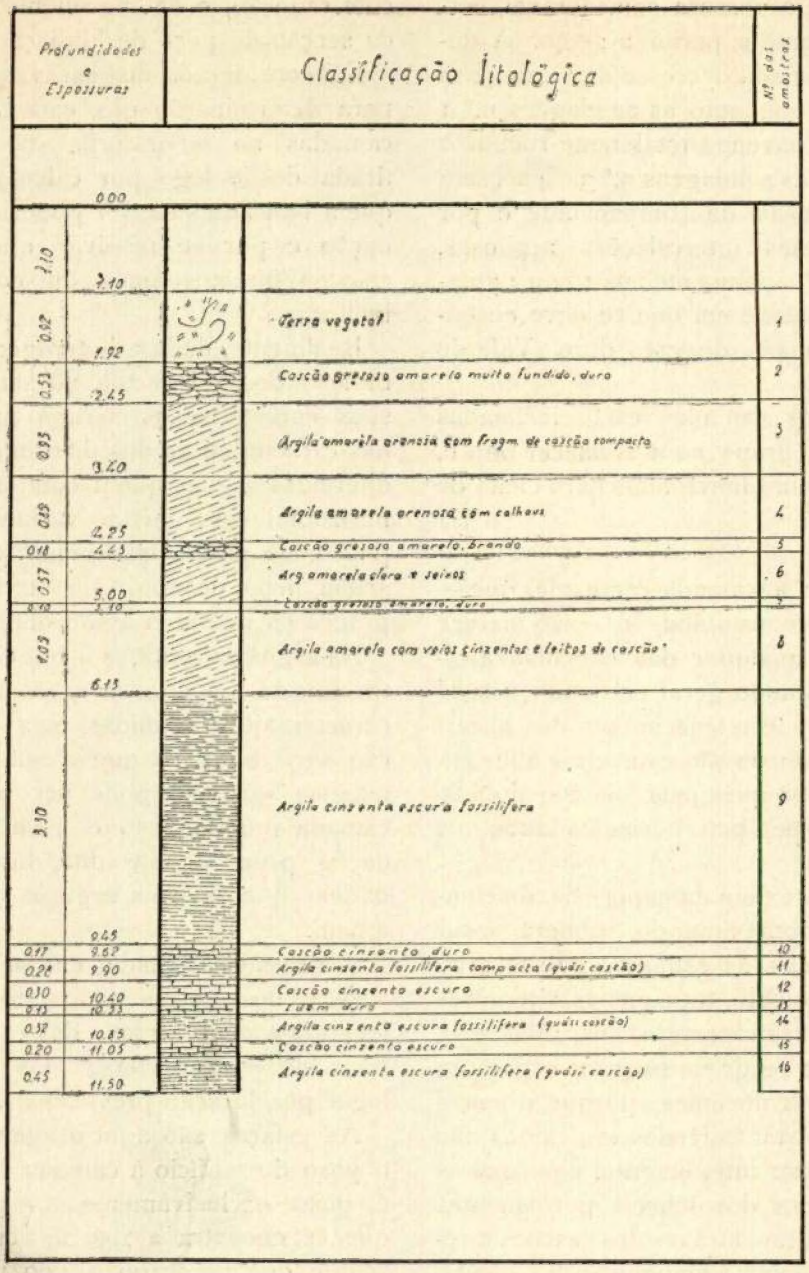


Fig. 1

ção, em conjunto, é mais aparente que real.

Bancada de argilas cinzentas escuras — É constituída por uma argila muito compacta, de um cinzento escuro. A sua possança é no local de cêrca de $3^m,50$ mas vai aumentando de Sul para Norte. É uma argila bastante pura e homogénea perfeitamente saturada de água.

Bancada de cascões cinzento-escuros — É constituída por um calcáreo gresoso, por vezes bastante argiloso mas geralmente duro e compacto, tendo algumas intercalações de argila muito fossilífera e muito compacta que quási não se distingue do cascão. Tal como a camada anterior esta bancada deve diminuir de possança de Sul para Norte mas pode afirmar-se que mesmo na parte mais setentrional do edifício ela

deve ter uma espessura considerável, certamente bastante superior a $2^m,00$. A dureza desta camada decresce de Oeste para Este porque enquanto as sondagens n.º 1 e 2 acusam terrenos totalmente rochosos muito duros, as sondagens n.º 3 e 4 acusam certas diferenças de compacidade e por vezes pequenas intercalações argilosas. Esta camada continua até aos 13 ou 14 metros, profundidade em que se deve encontrar uma camada de grês duro (Vale de Chelas).

Tôdas estas camadas estão inclinadas cêrca de 2,5 graus para Nordeste isto é, são pràticamente horizontais para efeito de fundações.

Posta de parte a camada remexida, que — pela sua natureza e instabilidade — não merece ser considerada, qualquer das camadas argilosas está de um modo geral em condições de ser escolhida para estabelecimento dos alicerces do edifício. Ambas são estáveis e suficientemente resistentes, quer pela sua constituïção e compacidade, quer pela horizontalidade dos estratos.

A parte mais próxima da superfície, do complexo argilo-calcáreo amarelo, poderá estar sujeita a influências da estiagem no seu grau de umidade e, portanto, a pequenas alterações nos seus coeficientes característicos. Mas isso, a dar-se, só se faz sentir em pequena espessura e em valores insignificantes, porque o lençol freático da base dos terrenos remexidos não chega a desaparecer inteiramente, e porque as águas subterrâneas dos lençóis permanentes do planalto se infiltram através dos cascões e renovam constantemente a embebição da camada. Penetrando cêrca de $0^m,50$, ou até ao primeiro cascão, poderíamos apoiar nessa camada sapatas de distribuïção de cargas.

A camada de argilas cinzentas é muito compacta e homogénea e está em perfeito equilíbrio. Se fôsse resolvido atingi-la para fundações em pilares surgiria o problema das dimensões dêsses pilares, dada a carga unitária possível perante o limite de elasticidade dessa argila, apesar da sua profundidade. É evidente que mais valeria descer 3 metros atingindo o calcáreo inferior onde se poderia aplicar uma carga unitária muito elevada, com redução, econòmicamente compensadora, da secção do poço de fundação.

Foi considerado dispensável colher amostras para determinação das características dessas camadas no laboratório, dada a conclusão, tirada desde logo por cálculos sumários, de que a bancada superior poderia ser a da fundação e por se resolver que seriam feitos ensaios directos antes do comêço dos trabalhos.

Realmente, dada a heterogeneidade de constituïção dessa bancada no sentido vertical, as suas características seriam apenas a média das características dos diferentes cascões e das diferentes argilas que a compõem. No sentido horizontal essa média variaria também um pouco, de ponto para ponto, conforme o que acima ficou descrito. Não teriam significação prática os números assim obtidos.

Na argila cinzenta, já a colheita de uma amostra intacta poderia levar à determinação de características definidas, mas essa determinação seria inútil porque a sobrecarga unitária máxima que lhe pode ser transmitida pela camada superior, isto é, pela camada de fundação pròpriamente dita, fica muito aquém daquilo que os mais seguros coeficientes permitem.

A solução adoptada, em face destas conclusões e dos outros dados do problema que levaram à concentração das cargas em pilares, foi a de estacas construídas no seu próprio lugar por furação prévia.

As estacas são aqui o agente que distribue o pêso do edifício à camada de fundação, que é, quási exclusivamente, a argila com cascões que se encontra a 1,50 m abaixo do nível do solo e que tem 3,00 a 4,00 m de espessura, embora algumas estacas penetrem nas argilas cinzentas.

Para a avaliação da resistência atribuível a uma e outra camada, dispunha-se dos elementos comparativos obtidos nalguns trabalhos realizados na grande mancha Miocénica da parte norte de Lisboa, onde formações semelhantes aparecem em vários andares, nomeadamente dos resultados de ensaios de tôda a espécie feitos nos terrenos da Nova Casa da Moeda (argilas com cascões calcários do Burdigaliano perfeitamente análogas às que estamos considerando).

Propôs-se assim em primeira aproximação o limite máximo de 1 kg por centímetro quadrado de superfície lateral de estaca betonada contra o solo.

A aplicação de qualquer das fórmulas usuais (Benabenq, Dörr ou Vierendeel) no caso da camada de argila e cascões, não conduziria a número de maior aproximação da realidade. Além disso, tem-se reconhecido por experiências de há alguns anos para cá que a influência da profundidade não interessa no caso das estacas moldadas em terrenos coerentes, de tal forma predomina a natureza do terreno e a acção da própria estaca no valor do atrito. É afinal bastante e até preferível àquelas fórmulas a função linear simples.

Os coeficientes a adoptar para estacas betonadas no próprio solo, são sensìvelmente duplos dos determinados para a superfície lisa das estacas prè-fabricadas e cravadas a pilão, tal como aconselham diversos autores e como se verificou nos ensaios das fundações da Casa da Moeda a que acima faço referência.

Neste caso de uma camada complexa, com alternâncias rochosas e argilosas, devia considerar-se em rigor, para cada estaca, a proporção de terrenos de uma e outra natureza. Mas a margem de segurança com que se trabalha permite-nos utilizar aquele número médio sem preocupações.

De facto a percentagem de cascões é bastante regular em tôda a área e as excepções são representadas por adensamentos e não por falhas. Mas houve o cuidado de fazer o ensaio de arranque, que adiante descrevo, numa zona de menor densidade de cascão.

O limite de 1 kg por cm² de atrito lateral, considera-se aplicável, por simplicidade, à pequena parte das estacas que penetra na argila cinzenta dada a sua compacidade análoga à da argila amarela e a sua maior profundidade.

Para calcular a resistência pela ponta na argila cinzenta, poderíamos utilizar a fórmula de Rankine

$$P = \delta h w \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha}\right)^2$$

com

$$\delta = 1700 \quad e \quad \alpha = 45^\circ \quad .$$

Essa resistência foi porém desprezada.

Deve notar-se ainda que a camada superficial que foi condenada para qualquer espécie de fundação, pode ser dada como inexistente no cálculo das estacas, porque é bastante delgada e suficientemente estável para não actuar perniciosamente.

O têrmo «remexido» é empregado no sentido geológico de «deslocado» ou «alterado» e não no sentido de instável. O pêso dos aterros do aeroporto, representando menos de 1 k/cm² sôbre a superfície consolidada dessa camada que constituía o antigo solo, não tem nela influência apreciável. Os seus assentamentos possíveis são pois de ordem insignificante.

Não seria prudente contar com o atrito da estaca nessa camada, porque êle poderia vir a anular-se, em face da grande estabilidade das restantes camadas, mas não há perigo de que se inverta o sinal de actuação daquele atrito.

O projecto das fundações

O plano de apoio do edifício apresenta uma rêde de pilares exigindo aos alicerces reacções concentradas de 50 e 70 toneladas, salvo poucas excepções para menos de 50 e para mais de 100 toneladas.

Por outro lado, nunca poderíamos ir além de 3 kg por cm² na carga de segurança das argilas amarelas, havendo que descer para isso a cêrca de $2^m,50$ de profundidade ($1^m,50$ de terrenos remexidos e penetração de $1^m,00$ nas argilas).

Uma carga de 50 toneladas exigia assim uma sapata de distribuïção de $1^m,30 \times 1^m,30$, estabelecida a perto de $3^m,00$ de profundidade.

Ora a mesma carga podia ser suportada com maior segurança por uma única estaca moldada em $4^m,50$ da camada firme de argila com cascões, ou seja (contando a travessia da parte remexida) com cêrca de $6^m,00$ de comprimento, armada com 5 ø de 9/16″, solução esta mais económica.

Análogo raciocínio leva-nos a optar por estacas moldadas no solo de 40 cm de diâmetro e $7^m,00$ de comprimento, armadas com 7 ø de 9/16″ para as cargas de 70 toneladas. E assim para tôdas as outras hipóteses, incluindo as cargas superiores a 70 toneladas a que correspondem duas ou três estacas.

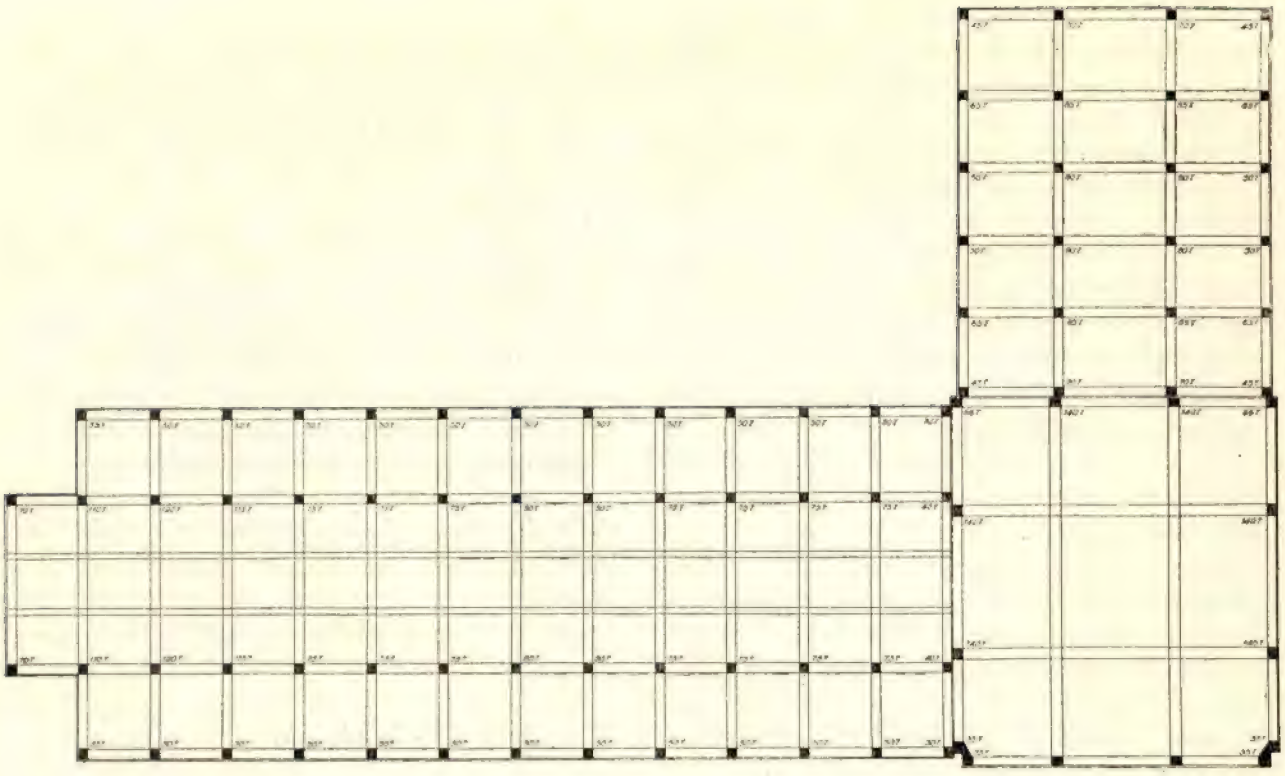


Fig. 2

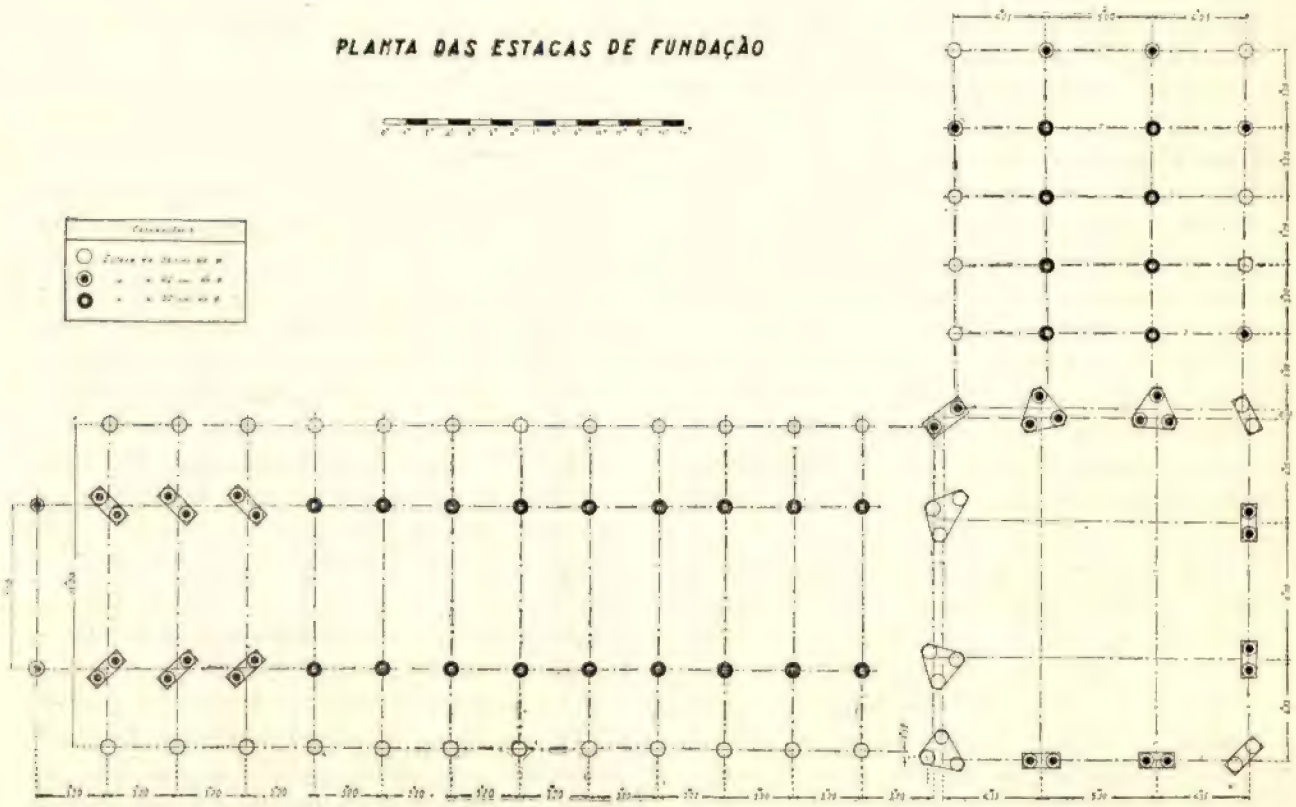


Fig. 3

A diminuïção da secção da sapata pelo seu estabelecimento a maior profundidade não compensaria, antes agravaria, a diferença.

Neste caso, portanto, entre as duas soluções que tècnicamente podiam ser adoptadas, é mais económica a solução que oferece mais garantias.

A fig. 2 mostra a planta da cave do edifício com a indicação das cargas e pilares; a fig. 3 representa a planta das estacas correspondentes.

Estacas moldadas no solo

O projecto de fundação em estacas moldadas no solo implicou a furação dos alvéolos respectivos, visto tratar-se de uma camada de fundação entremeada de cascões pedregosos em que não seria possível o método da cravação até à cota determinada pelos estudos anteriores. É precisamente neste caso que a fundação em estacas moldadas no solo tem o seu papel mais característico e importante, batendo econòmicamente a fundação em sapatas ou em pègões, únicos sistemas que a poderiam aqui substituir.

A estaca moldada pelo processo da furação prévia, não é pròpriamente uma estaca, mas sim um fixe de forma e características semelhantes à de uma estaca. Tanto assim que se aplica necessàriamente quando as condições gerais do problema conduzem à fundação em estacas e não é possível cravá-las.

Convém recordar que os sistemas de execução de estacas de betão moldadas no seu próprio local de acção, se dividem, essencialmente, em dois:

1.º — Sistemas em que o solo é perfurado por corte, ou seja, com extracção do terreno correspondente ao molde; 2.º — Sistemas em que o solo é perfurado por meio de punçoamento, ou seja, por penetração forçada do molde na camada de fundação.

No primeiro caso o terreno envolvente não sofre qualquer perturbação com a formação do alvéolo em que é depois feita a betonagem. O tubo moldador introduz-se sem esforços horizontais e vai tomando o lugar dos terrenos extraídos pelas ferramentas cortantes, à maneira de um corta-buchas.

No segundo caso, os terrenos que ocupavam o espaço alveolar da estaca são forçados a penetrar horizontalmente na massa dos terrenos, comprimindo estes ou fazendo-os refluir tal como sucede na cravação da estaca de madeira ou da estaca de betão armado construída antes em estaleiro. Trata-se pois neste último caso de um método de construção de estacas pròpriamente ditas. A sua vantagem reside na acção posterior do apiloamento do betão contra as paredes do alvéolo.

Tal acção reforça e uniformiza a consolidação periférica provocada pela cravação, ao mesmo tempo que torna irregular e altamente rugosa a superfície de contacto do betão com o terreno. Mas tal método não é aplicável em terrenos com camadas de pedra nem em terrenos pràticamente incompressíveis como certas argilas ou margas, impenetráveis pela estaca molde ou que só se deixam penetrar por ela à custa de fracturas radiais do terreno cujo perigo é inútil evidenciar. Se a nega não significa que a fundação esteja realizada, e se é a estaca o recurso a que se deve lançar mão, o método de perfuração por *vazamento* é o único que permite a betonagem até à cota determinada no projecto.

A designação geral de «estacas moldadas no solo» não é apropriada. Eu prefiro dizer «estacas de betão apiloado no solo» ou «estacas betonadas no solo», como expressões mais significativas do que há de comum nos dois sistemas a que me venho referindo.

Adoptada esta designação geral, poderíamos dizer, por exemplo: «estacas betonadas no solo pelo método da furação prévia»; e «estacas betonadas no solo com cravação prévia do molde». Ou simplesmente «estacas pré-furadas» e «estacas pré-cravadas».

O problema da escolha entre êsses sistemas põe-se da seguinte maneira:

Se a cravação é possível e não é prejudicial não vale a pena recorrer à furação do terreno porque é uma operação mais morosa e mais cara.

O maior custo da estaca pré-furada não é só conseqüência da morosidade da operação de furação mas do emprêgo de maior quantidade de betão para o mesmo diâmetro de molde.

Na realidade, a cravação prévia do molde provoca uma primeira consolidação do terreno pela interpenetração do próprio terreno, enquanto que no método da furação prévia,

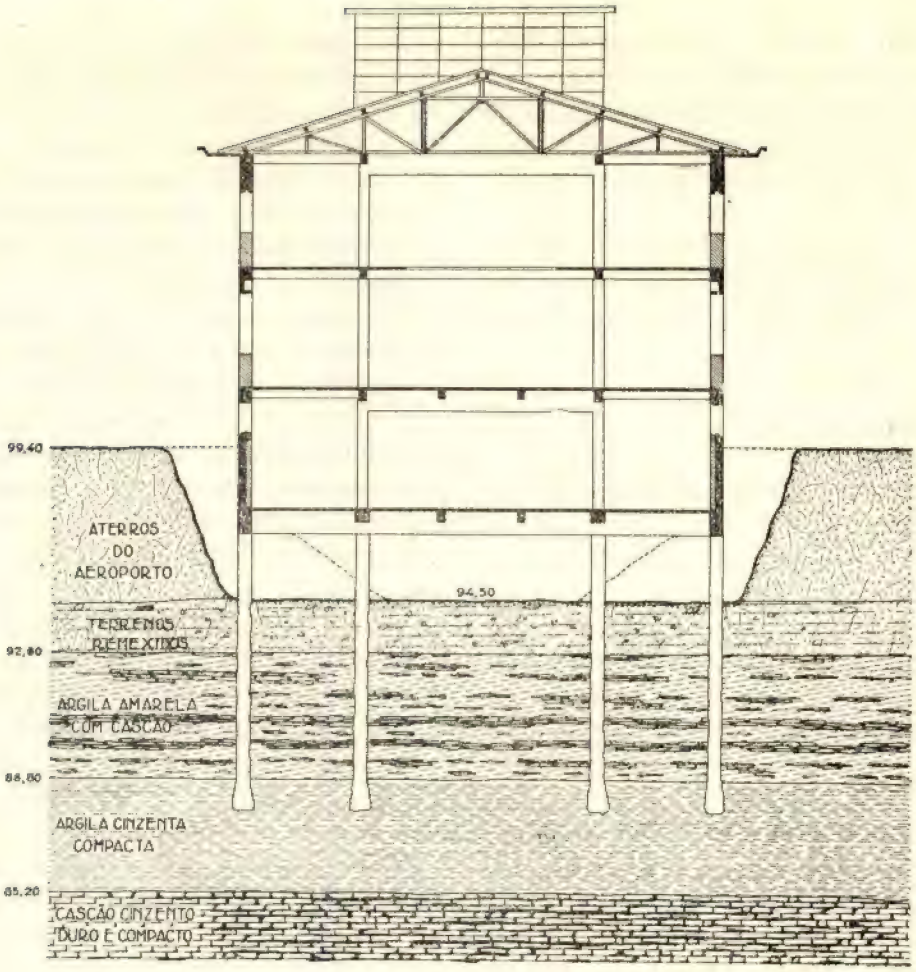

99,40
ATERROS
DO
AEROPORTO
94,50
TERRENOS
REMEXIDOS
92,80
ARGILA AMARELA
COM CASCÃO
88,80
ARGILA CINZENTA
COMPACTA
85,20
CASCÃO CINZENTO
DURO E COMPACTO

Fig. 4

Fig. 5

tôda a consolidação é feita pelo betão. Portanto, para a mesma secção de molde obtém-se neste método maior secção de estaca (em igualdade de condições de apiloamento). Compreende-se a razão dêste facto, notando que é a acção do apiloamento do betão contra o terreno que origina o alargamento da estaca.

É ilusória a idéia de alta compressão que nos dá a cravação do tubo moldador.

O pilão de grande pêso actuando depois sôbre a massa de betão quási sêco é que determina uma compressão do terreno, ao pé da qual é desprezável o efeito da cravação.

Por isso mesmo, há que ter cuidado no valor que se faz atingir a essa compressão, para não se ir além do que permitem as características do terreno.

Fig. 6

Tudo isto são noções elementares, cuja exposição só pode ter interêsse como coordenação de idéias para perfeita compreensão da concepção do projecto e da forma de realização do seu objectivo técnico.

As fundações do Edifício da Aerogare foram portanto estendidas a tôda a altura da camada de fundação furando esta, como não podia deixar de ser e betonando os furos contra o terreno, por meio de um tubo moldador com um pilão de cêrca de 900 K. Junta-se uma fotografia (n.º 6) da máquina que realizou êste último trabalho e que tem de particular o pórtico de arranque do tubo moldador que oferece por vezes grandes atritos.

A fig. 4, que representa o corte transversal do edifício, abrange a camada fundamental que o suporta e mostra as estacas formando verdadeiras «raízes» dos pilares da construção. Não se pode dizer que não exista harmonia neste conjunto.

Nota-se nessa figura que a estaca betonada no solo é — sob êste ponto de vista — mais «expressiva» que a sapata, desde que se trata de uma super-estrutura em pilares.

As fundações foram feitas numa depressão não aterrada que fica constituindo sub-cave, pelo que as estacas foram prolongadas por colunas cilíndricas até ao nível da cave, dando às fundações concluídas o curioso aspecto da fig. 5.

Ensaio de estacas

Para verificação do coeficiente de atrito admitido foi resolvido, como se disse, efectuar 4 ensaios directos: um de arranque e três de carga. Dêstes últimos, dois foram feitos simultâneamente com o de arranque, utilizando a mesma estrutura apoiada em duas estacas a ensaiar por carregamento para arranque da intermédia propositadamente construída para isso.

Além disso foi carregada outra estaca, utilizando uma estrutura apropriada para isso.

O problema da aplicação da carga numa estaca já tinha sido resolvido por mim e a respectiva estrutura original tinha sido já aplicada noutras obras.

O problema do arranque não é de fácil solução e foi objecto de estudo pormenorizado para a realização do ensaio.

A estrutura concebida e executada para êsse fim é constituída por duplos [de 26, formando

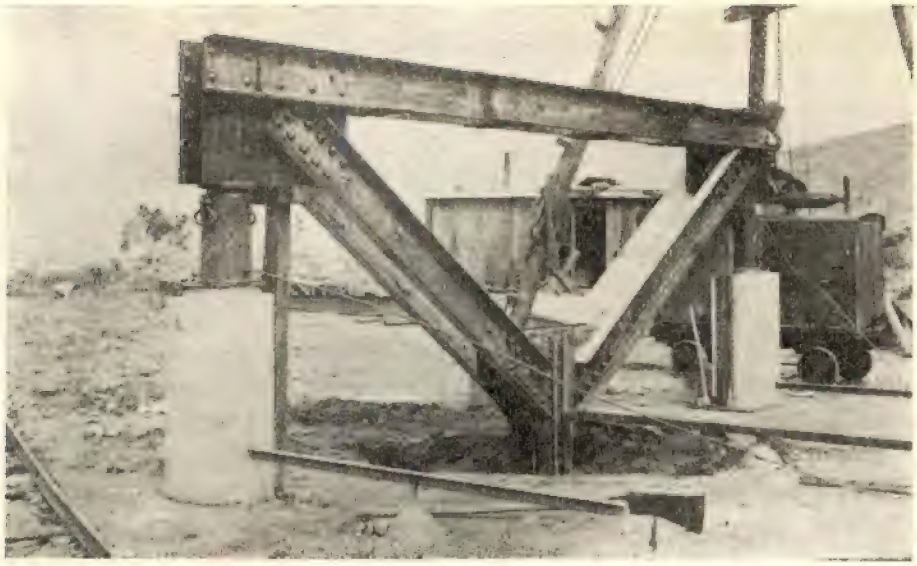


Fig. 7

um triângulo de cêrca de $5^m,50$ de base e $2^m,00$ de altura, cuja base trabalha à compressão.

O vértice inferior do triângulo está ligado a uma manga de grossa chapa de ferro à qual se soldam as pontas das armaduras (12 ø 1″) da estaca a arrancar.

Seria muito longo justificar a disposição adoptada e pôr em evidência as dificuldades que resolve, entre as quais avultava a de amarração da estaca.

Os vértices superiores da estrutura apoiam-se directamente em macacos hidráulicos capazes de um esfôrço de 100 ton., cada. Entre a bomba e os macacos estão intercalados manómetros que permitiram verificar o esfôrço desenvolvido em cada momento.

As deformações são medidas em quadrantes que a amplificam cinco vezes. Uma barra rígida trabalhando como balança, apoiada a meio num ponto firme, transmitia, invertendo-as, as deformações de cada estaca.

O conjunto do dispositivo é visível na fotografia n.º 7.

A estaca arrancada foi executada na argila com cascões, apenas com o comprimento de $2^m,25$ afim de reduzir o esfôrço a desenvolver na experiência.

As leituras foram registadas em mapas dos quais se tiraram os elementos para o traçado do gráfico (fig. 8). Êste gráfico revela que o primeiro alongamento se verificou quando o esfôrço atingiu 35 toneladas. O limite de elasticidade desenha-se com a carga de 75 ton. correspondendo a um alongamento de 3 mm.

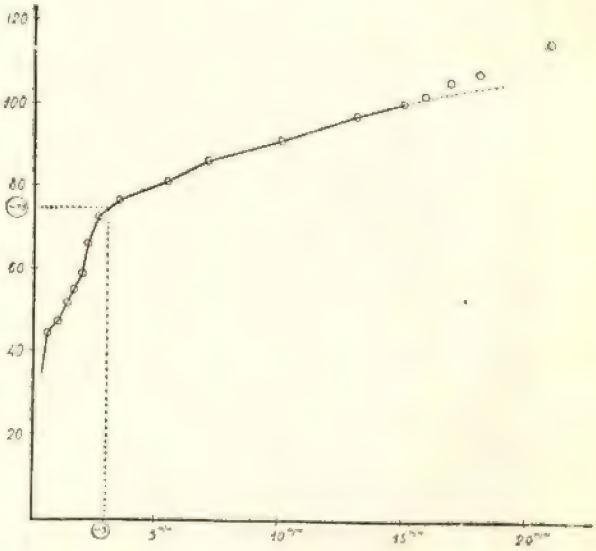


Fig. 8

A rotura deu-se com o esfôrço de 126 toneladas a que corresponde um alongamento de 23 mm. Logo que se ultrapassou o limite de elasticidade, começou a notar-se o aparecimento de pequeníssimas fendas radiais do terreno junto da estaca, as quais se foram acentuando sucessivamente até à rotura.

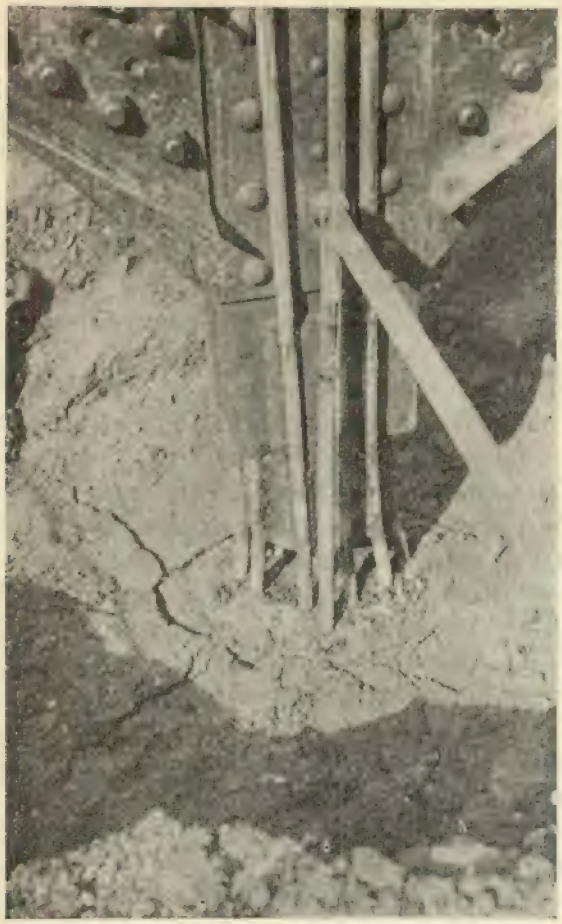


Fig. 9

A fotografia n.º 9 permite examinar a disposição das fracturas do solo, as quais traduzem perfeitamente a ligação íntima entre a estaca e o terreno e a maneira bastante regular como os esforços se transmitem, apesar da heterogeneidade do meio.

A estaca arrancada (fig. 10) mostra a penetração do betão no terreno formando grandes protuberâncias. O seu diâmetro médio é de 56 cm quando a betonagem foi feita por dentro dum tubo de 36 cm de diâmetro exterior.

Na zona da maior protuberância o diâmetro da estaca chegou a atingir cêrca de 70 cm. Êste grande desenvolvimento é devido ao arranque de pedaços de cascão pela ferramenta que fêz a perfuração.

As duas estacas que sofreram a compressão correspondente ao esfôrço de arranque desenvolvido na estaca central tinham respectivamente $5^m,80$ e $6^m,50$ e estavam previstas para 50 e 55 ton.

Fig. 10

O assentamento verificado no momento do máximo esfôrço (63 ton) foi de cêrca de 0,3 mm na primeira e 0,2 mm na segunda, os quais deixaram de existir no fim da experiência.

O ensaio de carga na quarta estaca foi levado apenas a 107 toneladas, visto a estaca ensaiada ser prevista para 50 ton. e o assentamento verificado ser apenas de 0,4 mm e só durante a experiência. A estrutura utilizada (também original) é constituída por uma estrêla de vigas metálicas formando uma base octogonal em que se apoia uma coluna central de ferro com $3^m,50$ de altura. As extremidades das vigas da base são suspensas de tirantes amarrados à cabeça da coluna. A carga foi constituída, como mostra a fig. 11, por sacos com terra formando paredes e com terra a granel por dentro.

De acôrdo com os resultados dêstes ensaios, foi aceito o coeficiente proposto de 1 k/cm² para atrito lateral da estaca representando uma margem de segurança superior a 3, visto que a estaca arrancada pode suportar, de acôrdo com aquele coeficiente, $1.018\ cm^2 \times 2,25 \times 1\ k/cm^2 = 22.905$ kg, e o limite de elasticidade verificado foi de 75 toneladas.

Fig. 11

Conclusão

Os ensaios confirmam as hipóteses formuladas a partir do estudo do solo e das características das estacas, e mostram que o coeficiente lateral adoptado é razoável.

Pelo comportamento das estacas nos ensaios de carga e mesmo de arranque, poderia deduzir-se que houve demasiado pessimismo no estudo prévio e no projecto, ao adoptar-se aquele coeficiente.

Além de que o pessimismo deve ser regra quando os dados do problema são incertos e contingentes, como sucede no caso geral dos solos de fundação e muito especialmente no que se apresentava, temos de considerar o papel dos cascões como duvidoso. Êles têm por efeito principal o afastamento das linhas de fôrça, dando lugar a um aumento da zona interessada e reduzindo assim ràpidamente o valor da pressão unitária no terreno.

Isto dá-se, quer quando o betão adere a um pedaço de cascão que ficou rente à estaca, quer quando a ferramenta da furação arrancou êsse pedaço, visto que êste é depois substituído por betão.

Contudo a argila intercalada entre os cascões é que marca as características do terreno.

Embora o ensaio de arranque tivesse sido feito na zona mais argilosa, notam-se no gráfico, em certos retardamentos da deformação, as perturbações causadas pela deslocação dos cascões em face da plasticidade da argila.

Por tudo isto não devemos tomar rigorosamente o limite de elasticidade nas 75 toneladas que se deduzem do gráfico traçando uma curva média, mas sim o que se obtém traçando uma curva aproximada dos pontos mais desfavoráveis.

Isto conduz-nos a um coeficiente de segurança de 2 perfeitamente razoável.

Também não se esqueceu na fixação da margem de segurança que os primeiros decímetros da camada de fundação podem estar sujeitos a reflexos das influências climatéricas, embora em pequeníssimo grau.

Para terminar lembrarei que isto mesmo levou a pôr de parte a solução do problema por meio de sapatas. Tal resolução foi absolutamente acertada, como o demonstrou o acaso de uma inundação acidental logo que o edifício se acabou de construir. Se a fundação fôsse em sapatas êsse desastre, que só causou danos em obras acessórias, teria originado assentamentos desiguais nos pilares que, pelo menos, seriam motivo de graves preocupações.

Foi uma inesperada demonstração da conveniência da solução adoptada.

Circulação das águas nos estuários

ESTUDOS NO ESTUÁRIO DO RIO TEJO

PELO ENG.º CIVIL (E. E.) EDUARDO DE ARANTES E OLIVEIRA

Solicitada por nós a colaboração do Sr. Eng.º Eduardo de Arantes e Oliveira, foi-nos autorizada a publicação do seguinte artigo cujo interêsse para os leitores habituais da nossa Revista se nos afigurou evidente, quer pela natureza do problema versado, quer pela originalidade do seu estudo.

Trata-se de um extracto, ligeiramente adaptado, da Secção que o autor dedicou num extenso trabalho recentemente concluído ao estudo das condições hidrográficas do estuário do Rio Tejo.

1) Distribuïção das salinidades nas águas dos estuários:

A diferença das condições de reduzida salinidade das águas de origem pluvial recolhidas na bacia de drenagem de um rio, para as de elevada salinidade das águas do mar, implica a existência de um trôço de transição, junto à desembocadura do rio, em que se realiza a mistura das águas das duas naturezas. A extensão dêste trôço é independente da extensão da bacia marítima, definida pelo limite de propagação da onda de maré — que em geral é consideràvelmente maior — e depende sobretudo do regime de vazão do rio e da capacidade do estuário. O limite em que pode observar-se salinidade apreciável nas águas do rio estará tanto mais para jusante do limite da bacia marítima quanto mais considerável fôr o caudal do rio. Para um caudal constante do rio e abstraindo do efeito das marés, estabelecer-se-á um regime de equilíbrio caracterizado pela constância da salinidade em cada ponto do estuário e para cada profundidade. Caminhando desde o limite em que é perceptível a montante a presença da água salgada em direcção à desembocadura, a salinidade média em cada ponto aumentará gradualmente desde o valor muito pequeno correspondente à água doce do rio, até ao valor da salinidade normal das águas do mar. Devido ao escoamento contínuo da água do rio, a condição de equilíbrio descrita envolve a existência de uma circulação permanente no estuário, traduzida no movimento das suas águas de jusante para montante nas camadas profundas de maior salinidade, e, reflexamente, de montante para jusante nas camadas superficiais. Com efeito, devido aos fenómenos de misturamento vertical que têm sempre lugar embora com importância variável, a água do rio, que pela sua menor densidade tende a manter-se nas camadas superficiais do estuário, arrasta consigo alguma água salgada e, para que a salinidade média nos diversos pontos se mantenha, é necessário compensar êste escoamento de água salgada superficial com o afluxo de água mais salina nas camadas profundas.

O regime de equilíbrio dinâmico a que nos referimos varia com a alimentação do estuário em água doce. Considerando uma região determinada do estuário, a sua salinidade média é consideràvelmente menor para caudais elevados do rio do que para caudais baixos. Da mesma forma a salinidade junto da desembocadura, que na época de seca do rio tem o valor sensìvelmente da salinidade oceânica, na época de grandes caudais tem valores bastante inferiores, mesmo no final de uma enchente. Tudo se passa como se o trôço de transição

entre a água doce do rio e água salgada do mar fôsse deslocado mais para jusante na época de grandes caudais ou mais para montante na época de pequenos caudais, ficando na época de seca do rio inteiramente incluído no estuário.

Sempre que se dá uma variação do caudal do rio, o novo regime de equilíbrio das salinidades no estuário não é atingido senão no fim de algum tempo, donde resulta que para o estudo do movimento de circulação, inerente àquele regime de equilíbrio, apenas interessa a consideração de um valor médio do caudal do rio durante um período equivalente a duração do fenómeno transitório de ajustamento ao novo regime, duração esta que será tanto maior quanto maior fôr a capacidade do estuário.

E. E. Watson [1] cita o exemplo da baía de Fundy que permanece com salinidade média sensìvelmente mais baixa que o Gôlfo de Maine durante todo o verão, o que não pode ser devido ao afluxo de água doce que é desprezável nesta época, mas exactamente à lentidão com que as grandes massas de água se ajustam às novas condições provocadas pela variação da alimentação de água doce.

Assim, no caso do estuário do Tejo, o rápido estudo que apresentamos é referido ao caudal médio mensal do Tejo.

Como atrás dissémos o movimento de circulação das águas do estuário resulta dos fenómenos de misturamento vertical. Êste misturamento é sempre originado por uma turbulência provocada, quer pela discontinuïdade da variação das velocidades no seio da massa líquida, quer pelo movimento das camadas de água profundas em relação ao fundo do estuário. Sob êste último aspecto tem grande importância a configuração dos fundos, verificando-se que, para a mesma velocidade de deslocamento da massa líquida, a turbulência é sobretudo notável nas regiões do estuário de profundidades pequenas, ou de batimetria mais irregular.

O movimento das águas do estuário devido às marés é, ainda sob o mesmo aspecto, favorável à turbulência e portanto ao misturamento vertical, em grau tanto mais considerável quanto maiores forem as velocidades originadas na massa líquida, isto é, quanto maiores forem as amplitudes da maré.

Os fenómenos de turbulência a que nos estamos referindo são por vezes visíveis directamente. Assim no decorrer das observações no Tejo verificámos em dias seguidos, à mesma hora da maré e no mesmo local, o rápido aparecimento de manchas de côr argilosa formando gradualmente uma faixa avermelhada de grande extensão, orientada segundo a direcção de propagação da onda de maré. O fenómeno observado não pode deixar de ser devido ao revolvimento dos materiais do fundo e à sua elevação à superfície, traduzindo a existência de uma turbulência local e de um misturamento vertical, facilitado por condições favoráveis da distribuïção vertical das velocidades no seio da massa de água.

Êste mesmo fenómeno tem sido observado na região de montante do estuário onde a rápida diminuïção de profundidades ocasiona intensa turbulência.

O estuário do Tejo oferece duas características importantes, tendentes uma e outra a avolumar a intensidade do movimento circulatório no seio. A primeira é o valor relativamente elevado da amplitude média das marés. A segunda é a rápida elevação do seu leito, sobretudo na secção a montante da linha Beato-Montijo, que dá origem a um intenso regime de misturamento vertical e correlativamente aos consideráveis volumes empenhados no movimento circulatório a jusante daquela zona, como resulta da interpretação das observações feitas.

2) Estudo teórico do regime circulatório:

Para, até certo ponto, orientar a interpretação dos resultados das observações, comecemos por analisar as condições teóricas do equilíbrio dinâmico das salinidades num estuário.

Consideremos um trôço do estuário em equilíbrio, limitado pelas duas secções Z_1 e Z_2 e de largura unidade (Fig. 1). Sejam $S_1 = f_1(y)$ e $S_2 = f_2(y)$ as salinidades características nas duas secções e Q o caudal médio do rio escoando-se continuamente de Z_1 para Z_2. Em cada unidade de tempo entra no trôço através

[1] Mixing and residual currents in tidal waters, as illustrated in the Bay of Fundy — U. S. Coast and Geodetic Survey, Special Publication 124.

da secção Z_1 um volume Q de água com uma certa salinidade e no mesmo tempo sai através da secção Z_2 um mesmo volume com salinidade média superior. Para que a salinidade do trôço não baixe contìnuamente, isto é, para que se mantenha a condição de equilíbrio fixada, é necessário admitir a existência de um movimento circulatório definido pelas condições:

A equação (1) pode, pois, escrever-se:

$$\int_{o}^{h_1} S_{1y} \cdot q_{1y} \cdot dy - \int_{o}^{h_2} S_{2y} \cdot q_{2y} \cdot dy =$$

$$= \int_{h_1}^{H_1} S_{1y} \cdot q_{1y} \cdot dy - \int_{h_2}^{H_2} S_{2y} \cdot q_{2y} \cdot dy \quad (2)$$

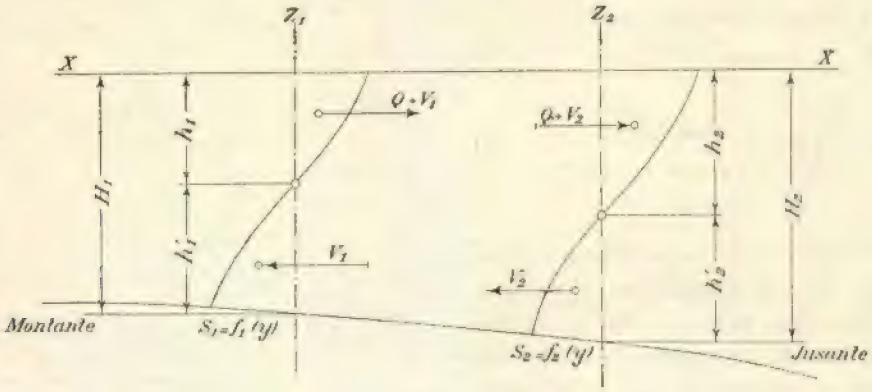


Fig. 1

1) de ser constante o volume total do trôço;

2) de o volume resultante em cada secção ser igual ao caudal Q escoado do rio;

3) de a salinidade do trôço se manter invariável.

As duas primeiras condições estão traduzidas na figura. Se designarmos por π_1, π_2 π'_1 e π'_2 as quantidades de sais transportadas respectivamente pelos volumes $Q + V_1$, $Q + V_2$, V_1 e V_2, a terceira condição leva a escrever:

$$\pi_1 - \pi_2 - \pi'_1 + \pi'_2 = o \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

As expressões de π_1, π_2, π'_1 e π'_2 são, tomando para origem das ordenadas a superfície livre das águas:

$$\pi_1 = \int_{o}^{h_1} q_{1y}\, dy \times S_{1y}$$

$$\pi_2 = \int_{o}^{h_2} q_{2y}\, dy \times S_{2y}$$

$$\pi'_1 = \int_{h_1}^{H_1} q_{1y}\, dy \times S_{1y}$$

$$\pi'_2 = \int_{h_2}^{H_2} q_{2y}\, dy \times S_{2y}$$

Definindo salinidade média de uma massa de água em movimento, como a salinidade constante a atribuir a essa massa de água, para que seja transportada uma quantidade de sais num dado tempo, igual à que é transportada nas condições reais de distribuïção das salinidades, no mesmo tempo, poderemos escrever:

$$S_{m1} = \frac{\int_{o}^{h_1} S_{1y} \cdot q_{1y} \cdot dy}{Q + V_1}, \quad S_{m2} = \frac{\int_{o}^{h_2} S_{2y} \cdot q_{2y} \cdot dy}{Q + V_2}$$

$$S'_{m1} = \frac{\int_{h_1}^{H_1} S_{1y} \cdot q_{1y} \cdot dy}{V_1}, \quad S'_{m2} = \frac{\int_{h_2}^{H_2} S_{2y} \cdot q_{2y} \cdot dy}{V_2}$$

e a equação (2) tomará a forma mas simples:

$$(Q + V_1) \cdot S_{m1} - (Q + V_2)\, S_{m2} = V_1 \times S'_{m1} - V_2 \times S'_{m2}$$

donde:

$$Q \cdot (S_{m1} - S_{m2}) + V_1 \cdot (S_{m1} - S'_{m1}) = V_2 \cdot (S_{m2} - S'_{m2})$$

e, ainda:

$$V_2 = Q \times \frac{S_{m1} - S_{m2}}{S_{m2} - S'_{m2}} + V_1 \times \frac{S_{m1} - S'_{m1}}{S_{m2} - S'_{m2}} \ldots (3)$$

Esta expressão, absolutamente geral, permite calcular o caudal circulatório em qualquer secção transversal em função do caudal circulatório noutra secção a montante, uma vez em equilíbrio o trôço limitado pelas duas secções. Considerando fixa a secção Z_2 de jusante, o valor de V_2 dado por (3) mantém-se invariável qualquer que seja a secção Z_1 escolhida. Se supusermos esta secção suficientemente para montante, poderemos tomar $S_{m1} = S'_{m1} = O$ e portanto:

$$\boxed{V_2 = Q \times \frac{S_{m2}}{S'_{m2} - S_{m2}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ (4)$$

Esta expressão permite-nos calcular o caudal circulatório numa secção transversal do estuário, desde que se tenha estabelecido o regime de equilíbrio a montante desta secção, em função do caudal Q do rio e das salinidades médias das massas de água em movimento, na secção considerada.

Se admitirmos que as partículas de água se deslocam com velocidades proporcionais às distâncias à linha de separação das duas massas de água, animadas de movimentos em sentidos contrários, pode deduzir-se uma expressão simples para a salinidade média a qual permite o seu cálculo, uma vez conhecidos, pela experiência, o diagrama das salinidades na secção considerada e a posição da linha de separação.

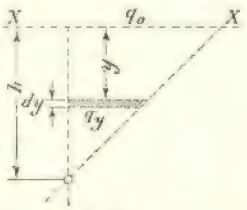


Fig. 2

Seja q_y o caudal unitário na camada à distância y da superfície livre. Será, para a massa de água acima da linha de separação:

$$Q + V = \int_h^o q_y\, dy = \int_h^o q_o \frac{h - y}{h} . dy =$$

$$= \frac{q_o}{h} \int_h^o (h - y) = \frac{q_o\, h}{2}$$

e portanto:

$$q_y = q_o \times \frac{h - y}{h} = \frac{2\,(Q + V)}{h^2} \times (h - y)$$

Da mesma forma, para a massa de água abaixo da linha de separação:

$$q_y = q_H \times \frac{y - h}{H - h} = \frac{2\,.\,V}{(H - h)^2} \times (y - h)$$

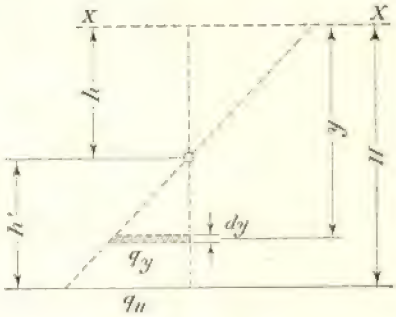


Fig. 3

Logo:

$$\begin{cases} S_m \times (Q + V) = \int_o^h S_y\,.\,q_y\,.\,dy = \dfrac{2\,(Q + V)}{h^2} \times \\ \qquad \times \int_o^h S_y\,.\,(h - y).\,dy = \dfrac{2\,(Q + V)}{h^2} \times M \\ S'_m \times V = \int_h^H S_y\,.\,q_y\,.\,dy = \dfrac{2\,V}{(H - h)^2} \int_h^H S_y\,.\,(y - h)\,.\,dy \end{cases}$$

$$= \frac{2\,V}{(H - h)^2} \times M'$$

donde:

$$\begin{cases} S_m = \dfrac{2\,M}{h^2} \\ S'_m = \dfrac{2\,M'}{(H - h)^2} \end{cases}$$

Nestas expressões M e M' representam os momentos estáticos das áreas limitadas pela curva das salinidades ($S = f\,(y)$) abaixo e acima da linha de separação, em relação a esta linha e os seus valores podem ser obtidos fàcilmente, uma vez conhecida a curva das salinidades e a posição da linha de separação.

A equação (3) pode, pois, escrever-se:

$$V_2 = Q \times \frac{\frac{M_1}{h_1^2} - \frac{M_2}{h_2^2}}{\frac{M^2}{h_2^2} - \frac{M'_2}{h'^2_2}} + V_1 \frac{\frac{M_1}{h_1^2} - \frac{M'_1}{h'^2_2}}{\frac{M_2}{h_2^2} - \frac{M'_2}{h'^2_2}} \quad (5)$$

e a equação (4):

$$V = Q \times \frac{\frac{M}{h^2}}{\frac{M'}{h'^2} - \frac{M}{h^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

3) Simplificação das expressões teóricas. Conclusões

Retomando a expressão geral (4):

$$V = Q \times \frac{S_m}{S'_m - S_m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

poderemos dar-lhe o aspecto:

$$V = \frac{Q}{\frac{S'_m}{S_m} - 1} = \frac{Q}{K - 1} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Nesta expressão K equivale à relação entre as salinidades médias acima e abaixo da linha de separação. Considerando um ponto qualquer no estuário em regime de equilíbrio, as salinidades aumentam desde o seu valor So à superfície ao valor S_F no fundo.
Desta forma, tem-se:

$$So < S_m < S'_m < S_F$$

e portanto;

$$\frac{S'_m}{S_m} < \frac{S_F}{S_O} \quad \text{ou} \quad V > Q \times \frac{1}{\frac{S_F}{S_O} - 1} \quad (9)$$

Esta expressão permite um cálculo aproximado por defeito do caudal do movimento circulatório, logo que sejam conhecidas as salinidades em camadas próximas da superfície e do fundo, e é sobretudo útil por não envolver a fixação da posição da linha de separação.

A equação (9) mostra que, para um dado regime do rio e numa dada secção do estuário, o caudal V é tanto maior quanto mais próximos forem os valores da salinidade à superfície e no fundo, isto é, quanto mais intensos forem os fenómenos de misturamento vertical a montante da secção considerada. O valor de K— *coeficiente de estratificação* — varia de ponto para ponto do estuário e em cada ponto será ainda variável com todos os fenómenos que ocasionem modificação das condições de salinidade às diferentes profundidades, no ponto considerado.

Os grandes caudais de água doce, em época de regime elevado do rio, afectam sobretudo a salinidade das camadas superiores, donde resulta um aumento do valor de K e uma conseqüente diminuïção do valor relativo do caudal do movimento circulatório. No n.º 43 de Maio 1938 da publicação *Travaux de la Station de Biologie Maritime de Lisbonne* vêm, por

Profundidade	Em frente da Cruz Quebrada		Em frente de Caxias		Na Barra		No Banco da Barra	
m	Agôsto 3	Dezembro 27	Agôsto 3	Dezembro 27	Agôsto 3	Dezembro 27	Agôsto 3	Dezembro 27
0	35,46	22,61	35,46	22,27	35,46	26,22	35,41	26,08
5	35,44	30,35	35,46	28,68	35,50	32,12	35,50	27,27
10	35,43	32,57	35,48	32,57	35,52	34,29	35,55	34,81
20	–	34,45	–	34,45	–	34,67	–	35,35
25	35,43	34,47	–	–	–	–	–	35,39
Fundo	35,41	34,67	35,57	34,76	35,57	35,30	35,64	35,44

Quadro I

VALORES DA SALINIDADE A DIVERSAS PROFUNDIDADES EM RELAÇÃO COM O REGIME DO TEJO

exemplo, registados os resultados de algumas observações de salinidade, em estações na zona do estuário entre a Barra e a Tôrre de Belém, em épocas diferentes do ano. Reproduzimos no quadro I as relativas a Agôsto e Dezembro de 1937, que correspondem a regimes do rio respectivamente de baixo e elevado caudal. Como dissémos, verifica-se que o caudal do rio, afectando consideràvelmente os valores da salinidade nas camadas superiores, pouco influi nos valores relativos às camadas profundas, tendo em conta muito embora que os valores figurados representam salinidades instantâneas em estados de maré diferentes de estação para estação.

Estas considerações, confirmadas como veremos pelas observações feitas em Setembro e Outubro de 1940, permitem concluir que a relação V/Q dos caudais do movimento circulatório e do rio é sobretudo notável na época de seca do rio, diminuindo consideràvelmente nas épocas de grandes caudais. Esta conclusão tem grande interêsse pelo que se referere às condições de renovação das águas do estuário no período do ano mais desfavorável.

4) Efeito das marés

O movimento das marés tem dois efeitos notáveis sôbre as condições de distribuïção das salinidades no estuário.

Em primeiro lugar, as salinidades às várias profundidades, num dado ponto do estuário, aumentam no decorrer do fluxo atingindo o valor máximo na estofa de P. M.; decrescem em seguida durante o refluxo e atingem o valor mais baixo na estofa do B. M.. A diferença entre os valores extremos atingidos varia directamente com a amplitude da maré. O efeito é sensìvelmente idêntico qualquer que seja a profundidade considerada, donde resulta que tudo se passa como se o trôço do estuário que estabelece a transição entre a água doce do rio e a água salgada do mar, sofresse em conjunto um movimento alternativo periódico com o período da maré, e com amplitude variável directamente com a amplitude da maré.

Sob êste aspecto o fenómeno das marés não afecta directamente, pois, as condições do movimento circulatório, devendo entender-se que as salinidades consideradas na análise teórica que fizemos atrás deverão ser os valores médios deduzidos de um número suficientemente grande de observações, realizadas no decorrer de marés de diferentes alturas e amplitudes e sem variação sensível no regime médio do rio.

Um valor médio deduzido de observações num só período de maré só poderá servir, pois, para um cálculo grosseiramente aproximado do caudal circulatório.

O segundo efeito que interessa considerar, resultante do movimento das marés no estuário, foi já referido e reside na formação de regimes de turbulência e conseqüente misturamento vertical, predominantemente nas zonas do estuário menos profundas e de fundos mais irregulares, e para cada ponto do estuário com tanto maior intensidade quanto mais elevadas forem as correntes de fluxo ou de refluxo, isto é, quanto maior fôr a amplitude da maré. Em conseqüência do misturamento vertical a estratificação normal das águas do estuário tende a ser destruída, ou, o que é o mesmo, as salinidades às diferentes profundidades tendem a uniformizar-se, aumentando a salinidade das camadas superficiais à custa da salinidade mais elevada das camadas mais profundas. Desta maneira em conseqüência do movimento das marés a salinidade média das camadas superficiais num período de maré, em qualquer ponto a jusante de uma zona de turbulência, aumenta com a amplitude da maré considerada. O valor dos caudais empenhados no movimento circulatório aumentará igualmente, visto diminuir o coeficiente de estratificação acima definido. O mesmo efeito pode ser produzido pela agitação das águas provocada pelo vento, nas zonas menos profundas do estuário; uma imagem visível do misturamento vertical é constituída pela turvação das águas nestas zonas, sempre que o fundo seja formado por materiais — lôdos ou areias — fàcilmente removíveis.

Atrás referimos uma observação feita no estuário durante os trabalhos experimentais e que é um exemplo do aparecimento eventual de sinais visíveis dos fenómenos de turbulência.

5) Resultados experimentais. Renovação das águas do estuário:

O navio oceanográfico Albacora fêz durante o verão de 1940 determinações de salinidade sôbre amostras de água colhidas a diversas profundidades, em diversos pontos do estuário do Tejo. Em cada estação fôram feitas colheitas de hora a hora e sucessivamente às várias profundidades.

Em cada amostra foi determinado no laborario o doseamento de cloro. A partir desta clorinidade e da temperatura da amostra no momento da sua colheita, foi para cada amostra determinada a salinidade correspondente, utilizando as tabelas hidrográficas de Knudsen, baseadas na existência de uma relação funcional constante entre o pêso de cloreto de sódio e o pêso total de sais, incluindo aquele. As salinidades assim determinadas foram-nos facultadas pela Estação de Biologia Marítima, bem como as temperaturas (obtidas em geral pela média das leituras de dois termómetros de inversão) e as densidades (calculadas pela fórmula de Knudsen). Estes elementos e os publicados na revista *Travaux de la Station de Biologie Maritime* (n.os 35, 39 e 43 de 1935, 1936 e 1938, respectivamente) foram as únicas fontes de dados experimentais relativos à distribuïção de salinidades no estuário do Tejo de que dispusémos.

Interessa frisar que as observações de salinidades realizadas não podem tomar-se como suficientes para definir as condições médias das águas do estuário. Com efeito, não só as estações feitas foram em número insuficiente sob êste aspecto, como também as observações nas diferentes estações tiveram lugar sucessivamente — em geral durante um único período de maré para cada estação — e não simultâneamente, nem durante o tempo necessário para poder deduzir com segurança valores médios que só poderiam resultar de observações em condições variadas de amplitude de maré.

Uma estimativa ligeira conduz a prever que o estudo das salinidades médias do estuário do Tejo, quando se entender fazê-lo, exigirá alguns milhares de observações de salinidades. Nestas condições a determinação da salinidade por processos químicos terá que dar lugar à leitura directa de salinómetros, reservando os trabalhos de laboratório exclusivamente para verificação do rigor dos salinómetros, por comparação dos resultados obtidos numa ou noutra amostra isolada.

Os valores numéricos das salinidades, temperaturas e densidades das amostras colhidas nas dezasseis estações feitas pelo «Albacora», que nos foram facultados pela Estação de Biologia Marítima, não são reproduzidos neste trabalho para o não ampliar inùtilmente.

A partir dos referidos valores numéricos das salinidades, organizámos para cada estação feita curvas de salinidade — uma para cada profundidade observada — das quais reproduzimos neste extracto apenas as relativas a uma das estações. Em cada curva estão indicados os pontos figurativos das observações feitas e bem assim os instantes dos P. M. e B. M. deduzidos dos registos do marégrafo do Arsenal.

Démos preferência à representação das salinidades por curvas de salinidade, distintas para cada profundidade observada, sôbre a representação habitual por isohalinas, por nos parecer prestar-se melhor aquela figuração às condições particulares do nosso problema.

As salinidades são expressas em *gramas por mil gramas* e assim o número representativo da salinidade é independente da temperatura da amostra.

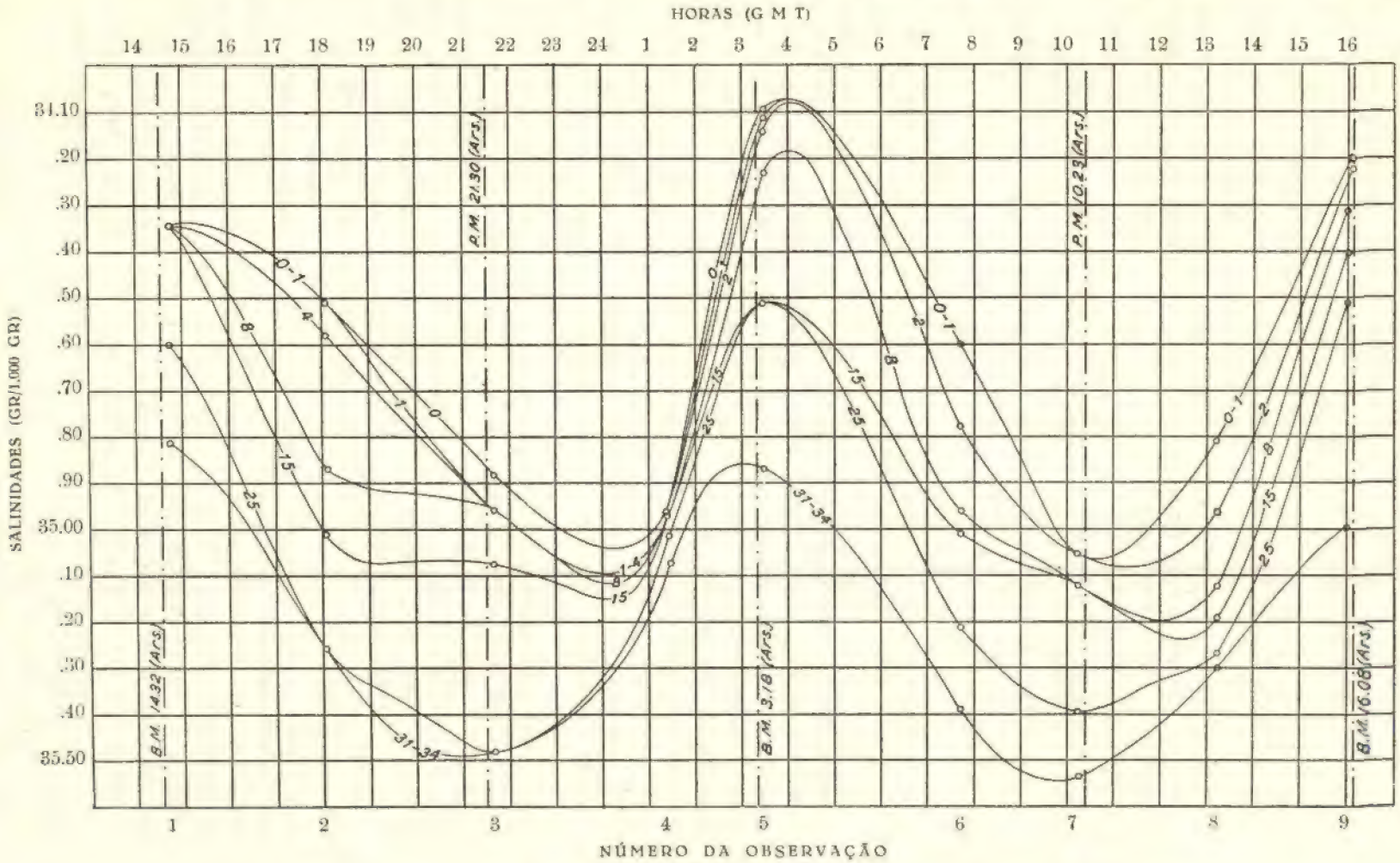
As observações realizadas pelo navio oceanográfico «Albacora» em épocas anteriores permitem deduzir por valor médio da salinidade oceânica nas imediações da Barra do Tejo, fora da influência do caudal de água doce no rio, 35,8 gr/1.000 gr.

Dado um volume V' de água dôce do rio, considerada de salinidade zero, e um volume V de água salgada com a salinidade oceânica So, representando por S a salinidade da mistura, entre So e S haverá a relação:

$$\frac{V}{V+V'} = \frac{S}{So}$$

ou, em percentagem:

$$100\,\frac{V}{V+V'} = \frac{100\,S}{So} = \frac{100}{35{,}8} \times S = 2{,}793 \times S$$



ESTAÇÃO A (BÓIA 25)

SALINIDADES ÀS DIFERENTES HORAS DA MARÉ E ÀS DIVERSAS PROFUNDIDADES

(com base nas observações do navio oceanográfico Albacora)

Determinado pela experiência o valor de S numa amostra de água do estuário, a percentagem de água do mar nela existente será dada, pois, pela expressão acima. No quadro II estão deduzidas as percentagens de água do mar, correspondentes a salinidades variando de 10 a 35,8 gr/1.000 gr, com intervalos de 1 gr/1.000 gr, calculadas pela expressão deduzida.

Os valores limites das salinidades das amostras colhidas no estuário no período de ensaios foram:

$$\begin{cases} S_{max} = 35{,}77 \text{ (estação J)} \\ S_{min} = 13{,}51 \text{ (estação P)} \end{cases}$$

Êste último valor correspondeu a um regime do rio já consideràvelmente afastado do regime de seca.

estações em cada zona. Quer em relação às salinidades médias em cada estação, quer em relação às salinidades médias das diferentes zonas, verifica-se o seu crescimento de montante para jusante. A salinidade média na zona I (entre a Barra e Belém) é pouco inferior ao valor 35,8 fixado para a água do oceano. De resto, até à zona III inclusivé, o decrescimento das salinidades é relativamente lento e estas mantêm-se sempre em valores superiores ao que corresponderia a uma percentagem de 93 % de água do mar.

Figuram-se no quadro os valores de $\frac{V}{Q} = \frac{1}{K-1}$, calculados aproximadamente tomando para S_m e S'_m os valores das salinidades respectivamente a 1^m de profundidade e na camada do fundo. Finalmente apresentam-se os valores numéricos em metros cúbicos por segundo dos caudais de renovação, na hipótese de o caudal de água doce se distribuir uniformemente em tôda a largura de secção transversal. Estes valores não podem ser tomados senão como indicativos da ordem de grandeza do fenómeno da renovação das aguas do estuário, dada a impossibilidade de tomar qualquer das estações observadas como representativa da respectiva secção transversal. Confirma-se, no entanto, o que já fôra concluído a partir das observações de velocidade [1]; isto é, que o

S g/1000g	P %	S g/1000g	P %	S g/1000g	P %	S g/1000g	P %
10	27,9	17	47,5	24	67,0	31	86,6
11	30,7	18	50,3	25	69,8	32	89,4
12	33,5	19	53,1	26	72,6	33	92,2
13	36,3	20	55,9	27	75,4	34	95,0
14	39,1	21	58,7	28	78,2	35	97,8
15	41,9	22	61,4	29	81,0	35,8	100,0
16	44,7	23	64,2	30	83,8	–	–

Quadro II

PERCENTAGENS DE ÁGUA DO MAR, CORRESPONDENTES A SALINIDADES DE 10 A 35,8 gr/1000 gr

* * *

O exame de curvas de salinidade para as diversas estações permite verificar as condições gerais de distribuïção das salinidades no estuário atrás expostas.

A partir das curvas de salinidade calculámos as salinidades médias para cada estação às diferentes profundidades, as quais estão figuradas no quadro III. Neste quadro são também apresentados os valores das salinidades médias em cada estação deduzidos da lei de variação com a profundidade e ainda os valores das salinidades médias nas diferentes zonas do estuário. Estes últimos valores são apenas grosseiramente aproximados, dado o reduzido número de observações e a localização das

[1] Estas observações não são descritas neste artigo.

Estação	Localização aproximada	Datas das observações	Amplitude da maré (Arsenal) m	Salinidades médias às profundidades: gr/1000 gr							Salinidades médias nas estações (‰)	Salinidades médias nas zonas (‰)	Valores de $\frac{V}{Q} = \frac{1}{K-1}$	Caudal do movimento circulatório (m^3 seg.)
				0	1	4	8	15	25	Fundo				
P	Cabo Ruivo	31 Outubro	4,05	23,00	23,42	26,31	—	—	—	27,06	25,60	28,70	6,4	1.410
O	»	24 Outubro	2,00	27,24	27,83	30,39	—	—	—	30,73	29,65		9,6	2.110
Q	Espigão do Montijo	25 Outubro	2,05	25,02	26,74	28,46	31,64	—	—	31,83	29,67		3,7	810
F	Xabregas	26 Setembro	1,80	—	33,34	33,97	—	—	—	34,87	34,06	34,00	21,8	1.310
L	Montijo	16 Outubro	3,00	—	33,36	33,47	—	—	—	33,57	33,47		156,6	9.400
M	Este de Cacilhas	17 Outubro	3,10	—	33,64	33,89	—	—	—	34,00	33,84		94,0	5.640
N	Margueira	18 Outubro	3,10	—	33,37	33,69	—	—	—	34,12	33,73		44,9	2.690
A-I	Bóia 25	9/10	1,70	34,63	34,66	34,69	34,78	34,87	35,09	35,19	34,86		66,5	3.990
A-II	»	Setembro	1,70	34,55	34,55	34,63	34,75	34,87	35,00	35,23	34,86		51,6	3.100
B-I	»	13/14	2,55	34,62	34,64	34,73	34,83	34,97	35,06	35,16	34,90		67,9	4.070
B-II	»	Setembro	2,55	34,46	34,53	34,65	34,73	34,89	34,96	35,01	34,80		65,3	3.920
C-I	»	16/17	3,20	34,36	34,09	34,25	34,42	34,55	34,61	34,56	34,41		72,5	4.350
C-II	»	Setembro	3,15	34,28	34,31	34,53	34,71	34,90	34,95	35,03	34,74		47,5	2.850
G	Cais do Sodré	27 Setembro	2,20	—	34,16	34,27	34,67	34,97	—	35,02	34,62	34,70	39,5	2.370
K	Ôlho de Boi	11 Outubro	2,00	—	34,48	34,63	34,76	34,96	—	35,09	34,78		56,8	3.410
E	Caneiro de Alcântara	25 Setembro	1,70	—	33,47	33,81	34,59	—	—	35,33	34,30		18,0	1.080
H	Belém	30 Setembro	3,90	—	34,79	34,85	34,90	34,98	—	35,00	34,90		172,2	10.330
D	Pedrouços	24 Setembro	1,80	—	34,93	35,18	35,38	—	—	35,55	35,26	35,30	57,0	3.420
I	Cova do Vapor	9 Outubro	1,70	—	35,13	35,25	35,43	35,54	—	35,61	35,39		73,2	4.390
J	Caxias	10 Outubro	1,80	—	34,95	35,05	35,30	35,41	—	35,46	35,23		69,5	4.170

Quadro III

SALINIDADES MÉDIAS E CAUDAIS DE RENOVAÇÃO EM DIVERSOS PONTOS DO ESTUÁRIO

movimento circulatório no estuário tem considerável interêsse sob o ponto de vista da renovação das suas águas.

Ao passo que a renovação das águas do estuário é nos regimes de caudal elevado do rio devida principalmente a êste caudal de água doce, na época de caudais reduzidos o principal agente da renovação é o movimento circulatório originado pelas condições de distribuïção das salinidades no estuário. Em conseqüência dêste movimento entra permanentemente no estuário, vindo de jusante, um caudal grande número de vezes superior ao caudal do rio; por outras palavras, em cada período de maré é retido no estuário e substituído por água antiga dêste, um volume equivalente a considerável percentagem do volume do prisma de marés.

Comparando o volume total de água nova entrada no estuário, quer do rio quer do mar, com os valores dos caudais do Tejo, verificamos que, sob o ponto de vista que interessa ao nosso trabalho, aquele volume, durante a estiagem, é equivalente a um caudal contínuo só atingido pelo Tejo nos seus regimes mais elevados de cheia.

Solução gráfica para o cálculo de vigas T só armadas à tracção

PELO ENG.º CIVIL (U. P.) FRANCISCO AUGUSTO ROSA

Da consideração da igualdade dos momentos das fôrças exteriores e interiores

$$M = C \cdot z$$

tiramos

$$C = \frac{M}{z} \qquad (1)$$

sendo C a resultante das fôrças de compressão, actuando no centro de gravidade da secção resistente do betão, e z o braço do binário das fôrças elásticas.

Por outro lado sendo

$$C = \frac{R'_b + R''_b}{2} \cdot b \cdot e$$

e

$$\frac{R'_b}{R''_b} = \frac{y}{y-e} \qquad \text{ou} \qquad R''_b = \frac{R'_b\,(y-e)}{y}$$

podemos escrever

$$C = R'_b\,\frac{2y-e}{2y} \cdot b \cdot e \qquad (3)$$

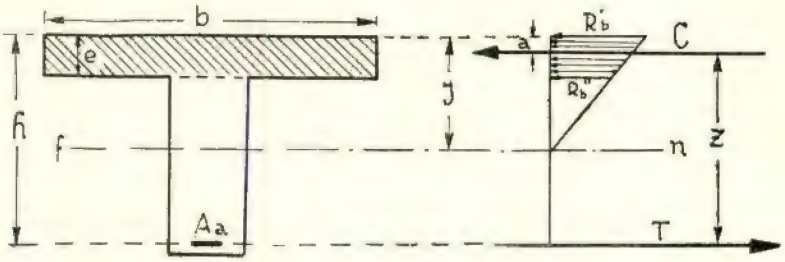


Fig. 1

Como se vê na fig. 1, z pode tomar a forma

$$z = h - a = h - \frac{e}{3}\,\frac{3y-2e}{2y-e}$$

que substituindo em (1) dará

$$C = \frac{M}{h - \frac{e}{3}\,\frac{3y-2e}{2y-e}} \qquad (2)$$

— (Nestas expressões, a representa a distância do ponto de aplicação de C à fibra mais comprimida, e a altura da aba da viga T e y a distância da fibra mais comprimida à fibra neutra) —.

Igualando as expressões (2) e (3) teremos

$$\frac{3M\,(2y-e)}{3h\,(2y-e) - e\,(3y-2e)} = \frac{2y-e}{2y} \cdot b \cdot e \cdot R'_b$$

da qual tiramos, sendo

$$y = \alpha h$$

$$h = \frac{M}{R'_b \cdot b \cdot e} + \frac{e}{2}\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) - \frac{e^2}{3\alpha h}$$

ou

$$h^2 - \left(\frac{M}{R'_b \cdot b \cdot e} + \frac{e}{2}\,\frac{1+\alpha}{\alpha}\right) h + \frac{e^2}{3\alpha} = 0 \qquad (4)$$

equação do 2.º grau da qual se pode extrair o valor de h desde que sejam conhecidos o mo-

mento flector M, a largura da aba b, a altura da aba e, e $\alpha = \frac{m R'_b}{m R'_b + R a}$ onde m é o coeficiente de equivalência e R'_b e $R a$ respectivamente as fadigas do betão e ferro.

Determinação gráfica da altura útil

A expressão

$$h = \frac{M}{b \,.\, e \,.\, R'_b} + \frac{e}{2}\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) - \frac{e^2}{3 \alpha h}$$

sendo

$$\alpha = \frac{m R'_b}{m R'_b + R a}$$

e portanto

$$R'_b = \frac{R a}{m (1 - \alpha)}$$

pode tomar a forma

$$h = \frac{m M (1 - \alpha)}{b \,.\, e \,.\, R a \,.} + \frac{e}{2}\left(\frac{\alpha + 1}{\alpha}\right) - \frac{e^2}{3 \alpha h}$$

ou

$$\alpha h = \frac{m M (1 - \alpha)}{b \,.\, e \,.\, R a \,.} + \frac{e}{2}(\alpha + 1) - \frac{e^2}{3 h}$$

e fazendo

$$C = \frac{e^2}{3}; \; A = \frac{m \,.\, M}{b \,.\, e \,.\, R a}; \; B = \frac{e}{2};$$

$$D = A (1 - \alpha) + B (1 + \alpha)$$

virá

$$\alpha h + \frac{C}{h} = D \qquad (5)$$

ou

$$\alpha h^2 - D h + C = 0$$

Interpretação da expressão $\alpha h + \frac{C}{h} = D$

Se atendermos à fig. 2 vemos que

$$\frac{h}{1} = \frac{x}{\alpha} \therefore x = \alpha h$$

$$\frac{C}{h} = \frac{\lambda}{k} \quad \text{ou fazendo} \quad k = 1, \lambda = \frac{C}{h}$$

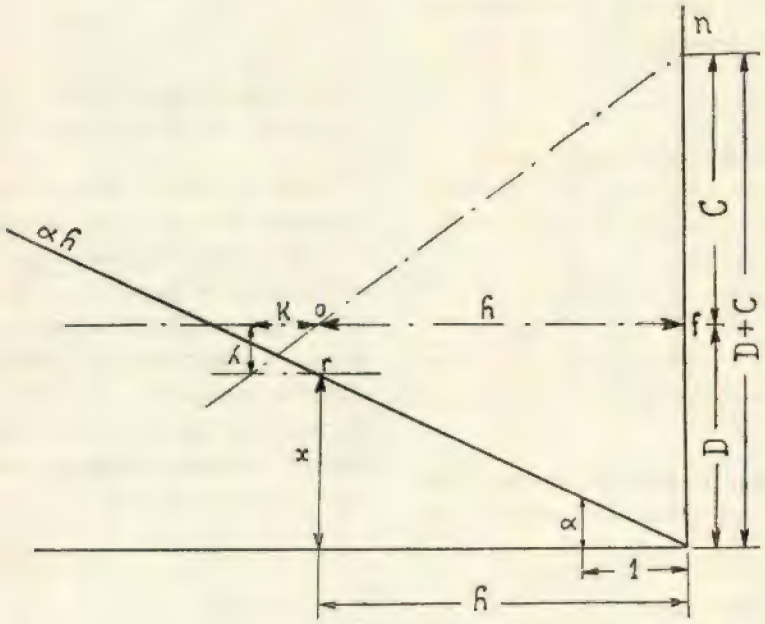


Fig. 2

Teremos pois

$$\alpha h + \frac{C}{h} = D = x + \lambda$$

Quere dizer que podemos determinar h do modo seguinte:

1) a partir de um sistema de eixos coordenados (marcando h em abscissas e D e D + C em ordenadas) traçamos a recta $x = \alpha h$ e por f que limita D, uma paralela ao eixo h;
2) por o e n (n limita C ou C + D) fazemos passar uma recta de modo que k seja igual à unidade de comprimento;

3) O valor do h que satisfaça à condição $x + \lambda = D$ será o valor desejado.

— O problema da determinação por via gráfica que acabamos de expor, aparentemente trabalhoso, é, na realidade, simples.

Para tanto, bastará traçar num pedaço de papel transparente dois segmentos paralelos afastados da unidade de comprimento e um terceiro que lhes seja normal (fig. 3).

Apliquemos o papel transparente sôbre o gráfico dos eixos coordenados de tal modo que o segmento $\overline{tt'}$ caia sôbre $\overline{of}$.

Depois, deslocando para a direita ou para a esquerda o transparente, e alinhando os pontos n e s com um esquadro ou régua que convém seja também transparente, procuremos obter a igualdade dos segmentos $\overline{rs}$ e $\overline{r's'}$.

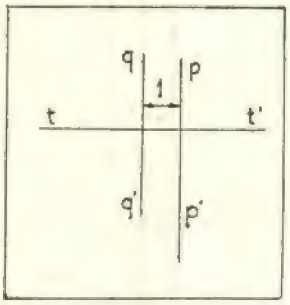


Fig. 3

Obtida a igualdade, o valor de h estará determinado: será a abscissa do ponto r da recta $x = \alpha h$.

Determinação da armadura

Da igualdade dos momentos estáticos das secções, comprimida e tendida, relativamente à fibra neutra, teremos, como se tira da fig. 1.

$$\frac{b\,y^2}{2} - \frac{(y-e)^2 . b}{2} = m\ Aa\ (h-y)$$

ou

$$2 . b . y . e - b . e^2 = 2 . m . Aa\ (h-y)$$

e sendo

$$y = \alpha h$$

$$b . e . (2\alpha h - e) = 2 . m . Aa . h . (1-\alpha)$$

ou finalmente

$$Aa = b . e . \frac{2 . \alpha . h - e}{2 . m . h\ (1-\alpha)}$$

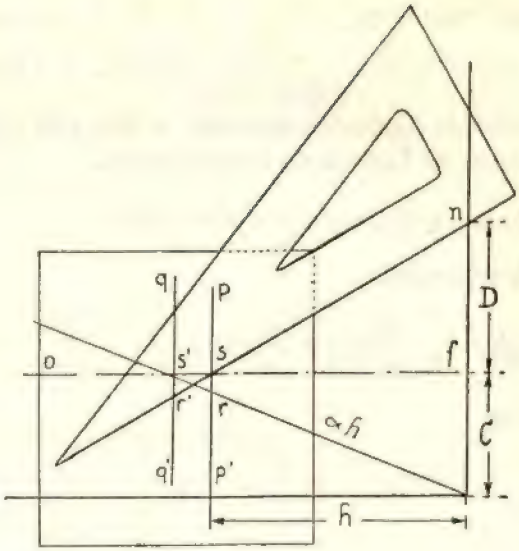


Fig. 4

Determinação aproximada da altura útil para o cálculo do pêso próprio da viga

Como no início do cálculo não conhecemos exactamente o valor do momento flector a que a viga ficará sujeita — (momento devido à sobrecarga e ao pêso próprio) — poderemos só em função do momento devido à sobrecarga M′, determinar por um processo simples e bastante aproximado, por excesso, as dimensões da viga que se projecta, dimensões que servirão de base ao cálculo do momento devido ao pêso próprio, M″.

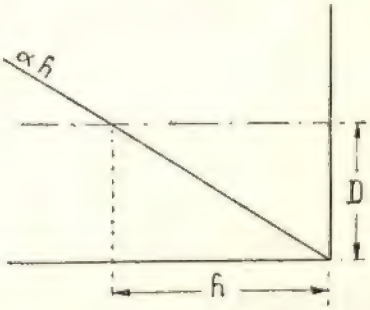


Fig. 5

Se em (5)

$$\alpha h + \frac{C}{h} = D$$

desprezarmos o têrmo

$$\frac{C}{h}$$

ficar-nos-á

$$\alpha h = D$$

Quere dizer que, marcando como já fizemos, D em ordenadas e h em abscissas, se pela extremidade de D fizermos passar uma paralela ao eixo dos h h, a abscissa do ponto de encontro daquela paralela com a recta α h dará o valor desejado de h.

No cálculo duma viga T poderemos pois proceder do modo seguinte:

a) calculado o momento devido à sobrecarga M', determinar com êle a altura útil h';

b) dimensionada a viga, determinar o momento M'', devido ao pêso próprio;

c) com M' + M'' = M determinar a altura útil verdadeira e a armadura.

Neste cálculo da viga T supusemos que o diagrama das tensões era o que se representa na fig. 6 em (*a*). Na realidade, a nervura também está sujeita, por vezes, a esforços de compressão e deveria pois tomar-se para diagrama de tensões o que se representa na fig. 6 em (*b*). Porém, se se atender a que as tensões da nervura são pequenas (fibras muito próximas da fibra neutra) e ainda a que a largura da nervura é diminuta comparada com a largura da aba, o cálculo pode considerar-se como exacto.

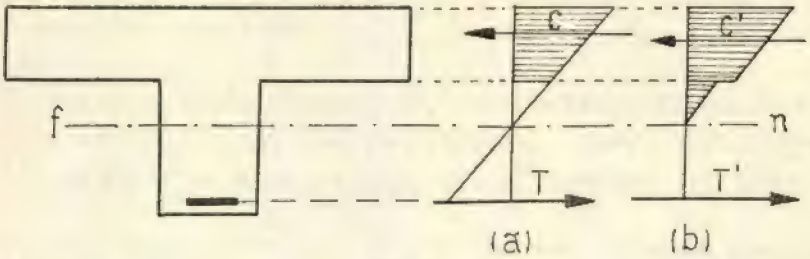


Fig. 6

COMO SE CALCULAM ENERGIAS ATÓMICAS PELA MECÂNICA QUÂNTICA

POR M. TELLES ANTUNES
Doutor em Ciências Físicas pela Universidade Central de Madrid

(Conclusão)

15) *O caso particular da configuração electrónica* nd^2. *Estados de ordem zero desta configuração, linearmente independentes. Maneira de obter os respectivos estados* Ψ $(S\,L\,M_S\,M_L)$.

Para prosseguir, o melhor é considerarmos uma configuração electrónica determinada, $n_1, l_1, n_2, l_2, \ldots, n_N, l_N$. Consideremos um caso concreto relativamente simples, o da configuração nd^2; com isso o raciocínio não perderá em generalidade.

Mencionemos a maneira como *é costume* representar o número quântico azimutal, *l*, dum electrão; se êste número é igual a zero, diz-se que se trata dum electrão *s*; se é $l = 1$, diz-se que o electrão é *p*; se é $l = 2$ o electrão é *d*; a $l = 3$ correspondem electrões *f*; e assim sucessivamente.

Uma configuração electrónica fica determinada pelos números quânticos totais, n_k e azimutais, l_k dos electrões. Consideremos uma configuração electrónica que compreenda dois electrões, ambos com o número quântico total *n* igual a 1 e o número quântico azimutal $l = 0$ (electrões *s*); e mais cinco electrões, todos com $n = 2$ e com $l = 1$ (electrões *p*); a maneira usual de representar uma tal configuração é a seguinte:

$$1\,s^2\,2\,p^5\,.$$

Como se vê, o número dos electrões com um dado *n* e um dado *l* costuma escrever-se à maneira de expoente.

A configuração nd^2, acima referida, é constituída por dois electrões *d* $(l = 2)$ ambos com o mesmo número quântico total *n*.

Os estados de ordem zero linearmente independentes que ocorrem numa configuração, ficam completamente caracterizados pelos números quânticos dos electrões. Portanto podemos representar por

$$A \left\{ (n, 2, m_{l1}, m_{s1})\,(n, 2, m_{l2}, m_{s2} \right\}$$

um qualquer dos estados de nd^2; os quatro números quânticos de cada um dos electrões foram colocados entre parêntesis simplesmente para facilitar a determinação do número total de estados linearmente independentes que existem nesta configuração.

O número total de estados linearmente independentes é o número de combinações possíveis de números quânticos que se podem fazer na configuração. Para efectuar essas combinações é preciso ter presente que é $-l \leqq m_l \leqq l$ e que os estados com dois conjuntos de números quânticos iguais são excluídos (princípio da exclusão de Pauli).

O estado de nd^2 em que é máxima a soma $\Sigma\, m_{lk}$ é

$$(n, 2, 2, {}^1/_2)\,(n, 2, 2, -{}^1/_2)\,;$$

com efeito, para $\Sigma\, m_{lk}$ ser máximo é preciso que cada m_{lk} seja máximo, isto é, que seja $m_l = 1$; como os electrões são ambos *d*, $(l = 2)$ os valores máximos de m_{l1} e m_{l2} são iguais a 2. Vê-se, pois, que os três primeiros números quânticos são iguais num e noutro conjunto de números quânticos; para que os dois conjuntos sejam diferentes é, pois, necessário que m_{s1} e m_{s2} sejam diferentes, logo que um dêles seja $+{}^1/_2$ e o outro $-{}^1/_2$.

Obtém-se assim o quadro seguinte:

Funções de ordem zero, linearmente independentes, da configuração electrónica nd^2.

Símbolo	Números quânticos que caracterizam cada um dos estados		$M_L = \sum_{k=1}^{2} m_{lk}$	$M_S = \sum_{k=1}^{2} m_{sk}$
A_1	(n 2 2 1/2)	(n 2 2 — 1/2)	4	0
A_2	(n 2 1 1/2)	(n 2 1 — 1/2)	2	0
A_3	(n 2 0 1/2)	(n 2 0 — 1/2)	0	0
A_4	(n 2 — 1 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	— 2	0
A_5	(n 2 — 2 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 4	0
B_1	(n 2 2 1/2)	(n 2 1 1/2)	3	1
B_2	(n 2 2 1/2)	(n 2 0 1/2)	2	1
B_3	(n 2 2 1/2)	(n 2 — 1 1/2)	1	1
B_4	(n 2 2 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	0	1
B_5	(n 2 1 1/2)	(n 2 0 1/2)	1	1
B_6	(n 2 1 1/2)	(n 2 — 1 1/2)	0	1
B_7	(n 2 1 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	— 1	1
B_8	(n 2 0 1/2)	(n 2 — 1 1/2)	— 1	1
B_9	(n 2 0 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	— 2	1
B_{10}	(n 2 — 1 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	— 3	1
C_1	(n 2 2 1/2)	(n 2 1 — 1/2)	3	0
C_2	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 1 1/2)	3	0
C_3	(n 2 2 1/2)	(n 2 0 — 1/2)	2	0
C_4	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 0 1/2)	2	0
C_5	(n 2 2 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	1	0
C_6	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 — 1 1/2)	1	0
C_7	(n 2 2 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	0	0
C_8	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	0	0
C_9	(n 2 1 1/2)	(n 2 0 — 1/2)	1	0
C_{10}	(n 2 1 — 1/2)	(n 2 0 1/2)	1	0
C_{11}	(n 2 1 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	0	0
C_{12}	(n 2 1 — 1/2)	(n 2 — 1 1/2)	0	0
C_{13}	(n 2 1 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 1	0
C_{14}	(n 2 1 — 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	— 1	0
C_{15}	(n 2 0 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	— 1	0
C_{16}	(n 2 0 — 1/2)	(n 2 — 1 1/2)	— 1	0
C_{17}	(n 2 0 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 2	0
C_{18}	(n 2 0 — 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	— 2	0
C_{19}	(n 2 — 1 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 3	0
C_{20}	(n 2 — 1 — 1/2)	(n 2 — 2 1/2)	— 3	0
D_1	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 1 — 1/2)	3	— 1
D_2	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 0 — 1/2)	2	— 1
D_3	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	1	— 1
D_4	(n 2 2 — 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	0	— 1
D_5	(n 2 1 — 1/2)	(n 2 0 — 1/2)	1	— 1
D_6	(n 2 1 — 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	0	— 1
D_7	(n 2 1 — 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 1	— 1
D_8	(n 2 0 — 1/2)	(n 2 — 1 — 1/2)	— 1	— 1
D_9	(n 2 0 — 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 2	— 1
D_{10}	(n 2 — 1 — 1/2)	(n 2 — 2 — 1/2)	— 3	— 1

São possíveis 45 combinações; há, pois, nesta configuração, 45 estados de ordem zero linearmente independentes.

Tomemos os estados em que $\Sigma\, m_l$ é máximo. Há um único estado nestas condições, A_1, cujo $\Sigma\, m_l = 4$. Êste número máximo obtém-se fazendo $m_l = 1$ em todos os conjuntos de números quânticos (sempre que o princípio da exclusão, de Pauli, o permite) ou pelo menos tão grande quanto possível.

Ora a função A_1 é uma função própria de $\vec{L}^2$. Para vermos que é assim, basta demonstrar que é função própria de $(L_x + i\, L_y)\,(L_x - i\, L_y)$ (veja a pág. 66).

Temos:

$$(L_x - i\, L_y)\, A_1 = \sqrt{(2+2)(2-2+1)}\,.\,(n\,2\,1\,{}^1/_2)\,(n\,2\,2\,{-}\,{}^1/_2) + \sqrt{(2+2)(2-2+1)}\,(n\,2\,2\,{}^1/_2)\,(n\,2\,1\,{-}\,{}^1/_2) =$$
$$= -2\,(n\,2\,2\,{-}\,{}^1/_2)\,(n\,2\,1\,{}^1/_2) + 2\,(n\,2\,2\,{}^1/_2)\,(n\,2\,1\,{-}\,{}^1/_2) = -2\,C_2 + 2\,C_1.$$

O sinal —, em C_2, deriva de que é

$$(n\,2\,1\,{}^1/_2)\,(n\,2\,2\,{-}\,{}^1/_2) = -(n\,2\,2\,{-}\,{}^1/_2)\,(n\,2\,1\,{}^1/_2),$$

como fàcilmente se reconhece considerando os determinantes representativos desta função (veja-se a expressão de A_0 na pág. 56).

$$(L_x + i\, L_y)\,(L_x - i\, L_y)\, A_1 = -2\,(L_x + i\, L_y)\, C_2 + 2\,(L_x + i\, L_y)\, C_1 =$$
$$= -2\sqrt{(2-1)(2+1+1)}\,.\,(n\,2\,2\,{-}\,{}^1/_2)\,(n\,2\,2\,{}^1/_2) + 2\sqrt{(2-1)(2+1+1)}\,.\,(n\,2\,2\,{}^1/_2)\,(n\,2\,2\,{-}\,{}^1/_2) =$$
$$= 8\, A_1 = 2\, M_L\,.\, A_1\,.$$

Temos pois, (veja-se a pág. 66)

$$\vec{L}^2\, A_1 = \left\{ (L_x + i\, L_y)\,(L_x - i\, L_y) + L_z^2 - L_z \right\} A_1 = \left\{ 2\, M_L + M_L^2 - M_L \right\} A_1 = M_L\,(M_L + 1)\, A_1.$$

Quere dizer, A_1 é uma função própria de $\vec{L}^2$ com o valor próprio $M_L\,(M_L + 1)$. Êste valor próprio costuma ser representado por $L\,(L + 1)$, portanto podemos dizer que A_1 é função própria simultânea de L_z e $\vec{L}^2$ com os valores próprios respectivamente de L e $L\,(L + 1)$.

Êste facto dá-se com todos os estados duma configuração electrónica arbitrária em que $\sum_{i=1}^{N} m_{li}$ é máximo. A demonstração pode fazer-se considerando em primeiro lugar as parcelas de $(L_x - i\, L_y)\, A$ correspondentes aos N_{lk} $(k = 1, \ldots, j)$ conjuntos de números quânticos todos com o mesmo n_k e o mesmo l_k.

Depois considerar as parcelas de $(L_x + i\, L_y)\,(L_x - i\, L_y)\, A$ também correspondentes aos N_{lk} conjuntos; estes reduzem-se e aparece-nos o resultado $\left(2 \sum_{k=1}^{N_{lk}} m_{lk}\right) A$. Nestas condições a função $(L_x + i\, L_y)\,(L_x - i\, L_y)\, A$ tem necessàriamente a forma $2 \left\{ \sum_{k=1}^{N} m_{lk} \right\} A = 2\, M_L\,.\, A$.

Voltemos à função A_1 da configuração nd^2. Um cálculo análogo ao que fizemos para $\vec{L}^2$ mostra que é

$$\begin{cases} S_z\, A_1 = S\,.\, A_1 \\ \vec{S}^2\, A_1 = S\,(S + 1)\, A_1\,;\; S = M_S = \sum_{k=1}^{N} m_{sk}\,. \end{cases}$$

Quere dizer a função A_1 é função própria de $\vec{S}^2$, de $\vec{L}^2$, de S_z e de L_z; logo é da forma $\Psi\,(S\; L\; M_S\; M_L)$, melhor, da forma $\Psi\,(S\; L\; S\; L)$.

Os estados Ψ (S L M_S M_L) aparecem com freqüência representados duma maneira que faz lembrar o simbolismo usado na representação dos electrões (veja-se o n.º 15). Se $L = 0$, o estado diz-se S; se é $L = 1$ o estado diz-se P; se é $L = 2$, o estado diz-se D; se é $L = 3, 4, 5, \ldots$, o estado diz-se F, G, H, ... O spin total S costuma ser representado pela *multiplicidade*, $2S + 1$; se o spin total é nulo, a *multiplicidade* é igual à unidade e o termo a que o estado pertence é de *singletes;* se é $S = 1/2$ a multiplicidade é dois e o termo é de *dubletes;* se é $S = 1$ a multiplicidade é três e o termo é de *tripletes;* e assim sucessivamente.

A maneira de representar os estados Ψ (S L M_S M_L) a que acima aludimos é a seguinte

$$\Psi\,(S\ L\ M_S\ M_L) = {}^{2S+1}L_{M_S,\,M_L}$$

em que L é representada não pelo seu valor numérico mas sim pela letra respectiva. Assim o estado Ψ (1,4 , 1,4) representa-se por ${}^3G_{1,4}$. A função A_1 é da forma Ψ (0,4 , 0,4), ou seja

$$A_1 = {}^1G_{0,4}.$$

Apliquemos à função ${}^1G_{0,4} = \Psi\,(0,4\,,\,0,4)$ o operador

$$(L_x - i\,L_y)\,(L_x - i\,L_y) \ldots (L_x - i\,L_y) = (L_x - i\,L_y)^k.$$

Vimos na pág. 66 que é, para um momento angular qualquer, $\vec{\alpha}$,

$$(\alpha_x \pm \alpha_y)\,\Psi\,(a, m) = \frac{h}{2\pi}\sqrt{(a \mp m)\,(a \pm m + 1)}\ \Psi\,(a, m \pm 1)\,.$$

Portanto será

$$(L_x - i\,L_y)\,{}^1G_{0,4} = (L_x - i\,L_y)\,\Psi\,(0,4\,,0,4) = \frac{h}{2\pi}\cdot\sqrt{(4+4)\,(4-4+1)}\,\Psi\,(0,4\,,0,3) = \frac{h}{2\pi}\sqrt{8}.\,{}^1G_{0,3}\,;$$

e teremos também

$$(L_x - i\,L_y)^k\,.\,{}^1G_{0,4} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^k.\,K\,.\,{}^1G_{0,4-k}$$

em que K é um factor numérico constante.

Mas ${}^1G_{0,4} = A_1$; logo

$${}^1G_{0,4-k} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^{-k}.\,K^{-1}(L_x - i\,L_y)^k\,.\,A_1$$

Verifiquemos que de-facto $(L_x - i\,L_y)^k\,A_1$ é um estado ${}^1G_{0,4-k}$, àparte um factor de normalização.

$(L_x - i\,L_y)^k\,A_1$ é uma função linear de funções de ordem zero (veja-se a expressão de $(L_x \pm i\,L_y)\,A$, na pág. 67) com $M_L = \sum_{i=1}^{N} m_{li} = L - k = 4 - k$ e $M_S = \sum_{i=1}^{N} m_{si} = S = 0$. Portanto temos

$$\begin{cases} S_z\left\{(L\ - i\,L_y)^k\,A_1\right\} = 0 \\ L_z\left\{(L_x - i\,L_y)^k\,A_1\right\} = M_L\left\{(L_x - i\,L_y)^k\,A_1\right\}\ ;\ M_L = L - k\ ;\ L = 4\,. \end{cases}$$